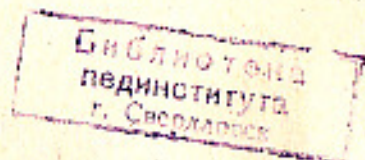


Ю9
3-18

А.З. ЗАК
РАЗЛИЧИЯ
В МЫШЛЕНИИ
ДЕТЕЙ



611784



Зак А. З.

Различия в мышлении детей. / Уч.-мет. пособие. — М., изд. Российского открытого университета. 1992 г. — 128 с.

В книге на материале разработанных автором комбинаторных, лабиринтных и логических задач характеризуются особенности мыслительной деятельности разных групп учеников начальных классов, даются рекомендации по созданию в школе и дома условий, способствующих развитию ума у детей 6—10 лет.

Данное учебно-методическое пособие представляет интерес для слушателей Российского открытого университета, а также предназначено для учителей и родителей, работников психологической службы в школе.

Начальное обучение готовит детей к средним и старшим классам школы. Важная сторона такой подготовки — обеспечение условий для умственного развития учащихся, для овладения ими элементами теоретического, обобщающего мышления, связанного с пониманием содержания задач, нахождением общего способа решения однородных задач разного вида, с их целостным планированием, когда его первые звенья начинают реализовываться лишь после наметки последних.

Цель настоящей книги состоит в том, чтобы на материале конкретных психологических исследований рассказать учителю о важных особенностях мышления детей младшего школьного возраста, дать характеристики различий в их интеллектуальной деятельности, описать условия, с которыми связано умственное развитие.

В главе 1 рассматриваются направления изучения различий мыслительной деятельности младших школьников, которое проводится советскими и американскими психологами. В главе 2 излагается логико-психологический подход к изучению мышления и его развития у детей. Он предполагает замену необобщающих, эмпирических действий детей при решении задач обобщающими, теоретическими; описываются главные компоненты действий последнего вида, с помощью которых осуществляется теоретическое мышление.

Далее в главах 3, 4 и 5 подробно обсуждаются различия младших школьников в понимании содержания задач, осознании познавательных действий, планировании поисковой деятельности. В главе 6 даются рекомендации, как способствовать умственному развитию детей в школе и дома, какие принципы лежат в основе построения развивающей деятельности.

Общий замысел книги заключается в том, чтобы охарактеризовать различия в мышлении детей младшего школьного возраста и показать связь особенностей мыслительной деятельности ребенка с характером решаемой им задачи и его возрастом.

РАЗРАБОТКА ПРОБЛЕМЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ РАЗЛИЧИЙ В ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

1. ОБЩИЕ АСПЕКТЫ РАССМОТРЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ РАЗЛИЧИЙ

Проблема индивидуальных различий — одна из традиционных в психологии (см., в частности, труд известного советского психолога Теплова Б. М. «Проблемы индивидуальных различий»). В ее разработке можно выделить разные аспекты в зависимости от того, какие различия изучаются. В одних случаях различия между людьми рассматриваются в возрастном аспекте, т. е. признается, что по каким-либо психическим качествам два человека отличаются друг от друга в силу наличия у них разного возраста.

Например, в одном из наших исследований была поставлена задача установить возрастные различия в мышлении учеников I, II и III классов. Для этого ученикам разного возраста предлагали одни и те же задачи на перемещение «петуха» по клеткам игрового поля, например:

М	К	В	С
Л	Т	Ф	Б
Р	Н	Д	Ш
Г	П	Ж	Ч

На листе бумаги (когда задача решалась индивидуально) или на классной доске (когда задачи решались всем классом) изображалось 16-клеточное игровое поле, в каждой клетке которого была согласная буква.

Детям говорилось, что по клеткам ходит волшебный петух. Его особенность такова, что при ходьбе он делает разные шаги: один шаг прямо в соседнюю клетку, например, от М к К или от Л к Т, другой шаг наискосок, например, от М к Т или от Л к К, либо к Н. Петух при ходьбе все время меняет шаги: то делает шаг прямо, то наискосок, то прямо, то наискосок, но никогда не делает два одинаковых шага подряд.

Кроме того, петух не прыгает, а только шагает по соседним клеткам и при этом два раза в одну и ту же клетку не заходит.

После демонстрации детям, как ходит петух по полю (например, из К в В, далее в Б, в Ш, в Ж, в П, в Р, в Н, в Л и т. п.), детям предлагалось решать задачи, где петуху нужно было сделать два шага, три шага, четыре, пять и шесть шагов, например:

- 1) какие два шага сделал петух, чтобы попасть из Н в Д;
- 2) какие три шага сделал петух, чтобы попасть из Т в Д;
- 3) какие четыре шага сделал петух, чтобы попасть из Н в Ш;
- 4) какие пять шагов сделал петух, чтобы попасть из Д в Ф;
- 5) какие шесть шагов сделал петух, чтобы попасть из Б в Ф.

При этом говорилось, что в каждой задаче имеются четыре варианта правильного решения и хорошо бы все эти варианты обнаружить.

Результаты, полученные в условиях устного (при индивидуальной работе) и письменного (в условиях фронтальной работы, когда дети обозначали буквы клеток, по которым шагал петух) решения задач, позволили установить возрастные различия в мышлении учеников I, II и III классов. В частности, различия состояли в том, что чем старше был ребенок, тем с большим числом шагов петуха он мог справиться и тем больше вариантов верного решения он мог предложить.

В других случаях различия между детьми рассматриваются при сопоставлении их внутри одной возрастной группы. Выделяются типические особенности, или типические различия. Так, в одном из наших исследований была поставлена задача выявить различия в мышлении детей одного возраста — 6-ти лет. В качестве материала, доступного таким детям, был использован лист разрезной азбуки, на котором буквы и соответствующие им изображения в клетках располагались так:

А	Б	В	Г	Д	Е
Е	Ж	З	И	И	К
Л	М	Н	О	П	Р
С	Т	У	Ф	Х	Ц
Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь
Э	Ю	Я			

Ребенку говорилось: «Давай с тобой условимся, что по этой азбуке летает бабочка. Но она летает не просто, а по правилу: ей можно перелетать с рисунка на рисунок только через клетку и нельзя — на соседние рисунки или через два рисунка.

Например, если она сидит на К(ране), то оттуда она может перелететь за один полет только на И(голку), или на Ф(отоаппарат), или на Ц(ыпленка). И больше нигде она перелететь не может за один раз.

Теперь сам скажи, куда бабочка может за один раз перелететь из Ш?... из М?... из У?...

После такой тренировки ребенку предлагается решать несколько задач, где бабочка делает сначала два, затем три и четыре перелета, например:

- 1) найти два перелета от С к И;
- 2) найти два перелета от Л к П;
- 3) найти три перелета от Ч к Д;
- 4) найти три перелета от Ц к И;
- 5) найти четыре перелета от Т к Ф;
- 6) найти четыре перелета от Щ к В.

Результаты исследования позволили выделить ряд групп среди шестилетних детей. По успешности решения задач с разным числом перелетов были выделены четыре группы: одни дети не смогли верно решать задачи в два перелета бабочки, другие могли найти два перелета, но ошибались и путались в ходе поиска трех перелетов, третьи справлялись с задачами на три перелета, но четыре перелета для них оказались непосильными, четвертые хорошо решали все задачи.

Были выделены разные группы детей в зависимости от их активности и инициативы. Так, одни дети, решая задачи, находили вариант решения и удовлетворялись им. В ответ на просьбу показать, как еще может бабочка добраться от начальной буквы к конечной, либо отвечали отказом, либо ничего не могли придумать.

Другие дети сами не предлагали разных вариантов решения задач, но в ответ на просьбу искали и находили их. Третьи сами, по своей инициативе указывали несколько вариантов решения каждой задачи.

Таким образом, в итоге этого исследования были выделены типические различия среди детей 6 лет по особенностям их мышления: в первом случае эти различия касались степени развития способности действовать «в уме», продумывания возможных перелетов бабочек, во втором случае эти различия касались такого качества мышления, как гибкость — возможность видеть разные пути, приводящие к одной и той же цели.

Понятно, что отмеченные выше два аспекта различий, — возрастные и типические, — могут сочетаться. Так, в одном из наших исследований решался вопрос о том, как изменяется число групп детей в рамках одного и того же возраста при обучении в школе с I по III класс. Ученикам разных классов было предложено решать задачи, условно названные нами «кенгуру». Материалом для

решения задач разной сложности было клеточное поле, нарисованное на классной доске, например:

4				
3				
2				
1				
	А	Б	В	Г

Сначала детям разъяснялось, что на этом игровом поле каждая клетка имеет свое название, которое получается путем сочетания буквы и цифры на пересечении строк и столбцов этого поля. Например, в четырех углах были клетки А1, Г1, А4 и Г4.

Затем детям рассказывали, что по клеткам этого поля прыгает кенгуру. Ее прыжок включает четыре клетки по прямой и плюс еще одну клетку вбок. Например, из А1 кенгуру одним прыжком может попасть в Б4, а также в Г2. Из Б4 она может одним прыжком попасть также в две клетки: Б1 и Г1.

После того, как дети освоили одиночный прыжок кенгуру, им предлагалось решить 8 задач: две задачи, где нужно было найти один одиночный прыжок кенгуру, две задачи, где нужно было найти два прыжка, две задачи с тремя прыжками и две задачи с четырьмя прыжками, например:

- 1) Б1 — — — ?
- 2) Г2 — — — ?
- 3) А1 — — — ? — — — — — Б1
- 4) Г2 — — — ? — — — — — Б4
- 5) Б1 — — — ? — — — ? — — — — — А2
- 6) Г3 — — — ? — — — ? — — — — — Б4
- 7) А2 — — — ? — — — ? — — — ? — — — — — Б4
- 8) Б1 — — — ? — — — ? — — — ? — — — — — Г3

В результате исследования оказалось, что среди первоклассников образовались две группы детей: одни смогли правильно решить задачи только с одиночным прыжком кенгуру, другие справились и с задачами, где нужно было найти два прыжка. К этим двум группам во втором классе прибавились дети, успешно решившие задачи с тремя прыжками, а в третьем появились и дети, справившиеся с задачами, где нужно было найти четыре прыжка.

Таким образом, видно, что с возрастом младшие школьники не только лучше решают задачи, требующие использования умствен-

ных действий, оперирования наглядными образами, но и увеличивается число групп детей, по-разному их решающих.

Межвозрастные и внутривозрастные (типические) различия характеризуются: величиной (степенью), спектром (диапазоном) и устойчивостью.

Различия между группами могут быть статистически значимыми или незначимыми, т. е. существенными или несущественными. В одном из наших исследований сравнивались два вторых класса: в одном было 33 человека, в другом — 40. Ученикам обоих классов предлагалось решать задачи, в которых требовалось узнать, каким числом (из шести данных) обозначается каждая из шести данных букв. Например, такая задача:

- 1) имеются буквы — М, П, Р, Н, В, С;
- 2) имеются числа — 6, 7, 66, 67, 76, 77;
- 3) имеются наборы букв и соответствующие им наборы чисел:

М П Р — 6 7 6 7 7,
С П Р — 7 6 6 7 7,
С Н Р — 7 6 7 7 7,
С Н В — 7 6 7 6 6;

- 4) сравнивая наборы букв и чисел, нужно узнать, какое число из шести данных обозначает каждую из шести букв.

Ученики каждого класса решали по четыре задачи, построенные подобным образом. В результате оказалось, что в одном классе все четыре задачи верно решили 10 — из 33-х учеников (30%), а в другом — 16 — из 40-ка (40%). По законам математической статистики полученное различие (10%) оказывается незначительным, несущественным.

Когда же ученикам спустя некоторое время было предложено решить еще четыре задачи такого же типа, но сложнее, например:

- 1) имеются буквы — К, Р, П, С, Б, Н, М, В;
- 2) имеются числа — 5, 8, 55, 58, 59, 85, 88, 95;
- 3) имеются наборы букв и соответствующие им наборы чисел:

К Р П Р С — 8 5 8 8 5 5 8 8 8,
Б Н М Н В — 5 5 5 9 5 5 9 9 5;

- 4) сравнивая наборы, нужно узнать, какое число из восьми данных обозначает каждую из восьми букв.

В результате обнаружилось, что в классе, где 33 человека, с четырьмя задачами справились 11 (33%), а в классе, где 40 человек — 23 (57,5%). Обработка этих данных с помощью математической техники показала, что полученное различие между двумя классами (в 12 человек, или в 24,5%) является статистически значимым и достоверным, т. е. существенным.

В результате проведенного исследования удалось установить, что различия в мышлении детей могут иметь разную величину:

быть достоверными и недостоверными, значимыми и незначимыми, существенными и несущественными. Поэтому, проводя сопоставление тех или иных групп детей между собой, недостаточно только отмечать различия, а необходимо еще оценить достоверность, степень значимости.

Различия наряду с величиной характеризуются еще спектром и диапазоном. Так, в одном из наших исследований ученики двух третьих классов решали четыре разных задачи: логическую, арифметическую, геометрическую, комбинаторную, например:

1. Три мальчика одновременно отправились в путь. Саша двигался из Киева в Брянск, Вова — из Брянска в Орел, Дима — из Орла в Киев. Через неделю оказалось, что Вова был ближе к Брянску, чем Саша к Киеву, а Дима к Орлу был ближе, чем Вова к Брянску. Кто из мальчиков шел медленнее?

2. Один мальчик любил рисовать самолеты. В понедельник он нарисовал 37 самолетов, во вторник 21 рисунок он подарил другу, в среду он нарисовал еще 17, а в четверг все свои рисунки развесил в школьном коридоре. Сколько листов оказалось в школьном коридоре?

3. Сколько существует способов составления квадрата из четырех треугольников? Нарисуйте эти варианты (треугольники могут быть и не равны друг другу);

4. Девять букв — О, О, Н, Д, И, А, Т, Р, Р — были расположены в девятиклеточном квадрате (три клетки на три клетки) так, что получилось шесть слов: они, она, дар, род, тир, рот (слова читались по вертикали и по горизонтали). Отгадайте, как были расположены в квадрате эти девять букв?

Анализ результатов показал, что в способах математических действий при решении арифметических задач были незначительные различия, при решении геометрических и комбинаторных задач они отсутствовали, а при решении логических — получились достоверные различия. Таким образом, из возможных четырех позиций важной оказалась лишь одна: дети существенно по-разному решали логическую задачу.

Эти же четыре задачи было предложено решить пятиклассникам. Различия в умственном развитии оказались значимыми по всем позициям, по всему спектру вариантов мыслительной деятельности.

Следующий аспект различий — устойчивость, обозначает продолжительность сохранения выявленных межвозрастных и внутривозрастных различий. При сопоставлении результатов, полученных в разное время, нужно специально оговаривать, какой конкретно временный отрезок является достаточным для того, чтобы рассматриваемые различия считать устойчивыми. Так, при изучении младших школьников устойчивыми обычно считаются различия, сохраняющиеся на протяжении обучения детей в начальной школе.

Исследуя мышление, мы наблюдали, например, такие факты, когда среди первоклассников одна часть детей лучше решала логические задачи и хуже выполняла задания, связанные с составлением больших геометрических фигур из маленьких фигур, вырезанных из картона. В качестве логических задач были использованы задания, в которых нужно было сопоставлять разные стороны деятельности человека, например:

1. Вера слепила из песка столько же пирожков для кукол, сколько и Надя. Вера начала лепить пирожки раньше Нади, а закончили девочки одновременно. Кто лепил быстрее?

2. Катя и Маша поливали цветы с одинаковой скоростью и закончили в одно и то же время. Катя полила столько же цветов, сколько и Маша. Они начали работу одновременно или в разное время?

3. Сережа и Света переводили картинки. Они начали одновременно и закончили вместе. Причем Сережа переводил картинки быстрее Светы. Кто перевел больше картинок?

4. Оля и Марина одинаково быстро вырезали из цветной бумаги листья деревьев. Оля начала вырезать раньше Марины, а закончила позже. Кто сделал больше?

5. Галя и Вася одновременно начали собирать грибы. Галя собирала быстрее Васи. Но набрали они одинаковое количество грибов. Вместе закончили дети собирать грибы или нет?

В качестве задач на составление контура фигур большого размера из картонных фигурок маленького размера использовались, например, такие:

1) составить квадрат из двух прямоугольников и двух квадратов;

2) составить квадрат из прямоугольника, квадрата, трапеции и треугольников;

3) составить равнобедренный прямоугольный треугольник из прямоугольника и трех треугольников;

4) составить равнобедренный прямоугольный треугольник из трех квадратов и пяти треугольников;

5) составить равносторонний треугольник из параллелограмма, квадрата и четырех треугольников.

Это же исследование показало, что часть детей лучше решала задачи, связанные с манипулированием фигурками при составлении контуров, чем логические, связанные с рассуждением и умозаключением.

Интересные материалы были получены спустя два года, когда эти же дети учились уже в третьем классе. Оказалось, что все они (как в первой, так и во второй группе) стали лучше решать задачи обоих типов; предпочтения, отмеченные в первом классе, сохраняются. Большинство детей первой группы лучше решало логические задачи, а большинство второй — манипулятивные. Эти факты позволяют считать, что различия в мышлении младших школьников могут быть устойчивыми.

Итак, при изучении мышления детей можно исследовать межвозрастные и внутривозрастные различия, их сочетание, учитывая величину (степень значимости), спектр (диапазон, количество линий, по которым устанавливается различие) и устойчивость (т. е. период времени, на протяжении которого различия остаются достоверными).

Последнее, что нам осталось рассмотреть, — это формы проявления различий. Они обнаруживаются, с одной стороны, в результате решения задачи, с другой — в способе. В первом случае важно, правильно ли решена задача или unsuccessfully, неправильно. Например, мы спрашивали третьеклассников: что больше — миллион тысяч или тысячи миллионов? В результате одни дети отвечали неверно, утверждая, что больше либо первое произведение, либо второе, а другие — верно, считая эти произведения равными.

Различия в мышлении детей обнаруживаются в способе решения задач, который фиксируется в записи. Обычно учитывают такие квалификационные способы, как оптимальность — неоптимальность и обобщенность — необобщенность. Так, если младшим школьникам предложить найти величину слагаемых (по известной их сумме и указанному их числу) в серии таких примеров:

- 1) $73 = \dots + \dots$;
- 2) $16 = \dots + \dots + \dots$;
- 3) $28 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$;
- 4) $128 = \dots + \dots + \dots + \dots$;
- 5) $37 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$;
- 6) $62 = \dots + \dots + \dots$;
- 7) $41 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$;
- 8) $71 = \dots + \dots + \dots + \dots$;
- 9) $83 = \dots + \dots + \dots + \dots$;

то окажется, что одни дети решают эти примеры путем случайного подбора слагаемых в каждом отдельном случае, например:

- 1) $73 = 27 + 46$;
- 2) $16 = 9 + 5 + 2$;
- 3) $28 = 3 + 17 + 1 + 4 + 3$;
- 4) $128 = 10 + 61 + 34 + 23$.

Другие дети действуют направленно, например:

- 1) $73 = 70 + 3$;
- 2) $16 = 10 + 2 + 4$;
- 3) $28 = 20 + 1 + 4 + 2 + 1$;
- 4) $128 = 120 + 2 + 5 + 1$.

Третья группа детей использует другой способ для организации своих действий, например:

- 1) $73 = 36 + 37$;
- 2) $16 = 5 + 5 + 6$;

$$3) 28 = 6 + 6 + 6 + 6 + 4;$$

$$4) 128 = 32 + 32 + 32 + 32.$$

И наиболее оптимальный, наиболее экономичный способ решения любых таких примеров продемонстрировала четвертая группа детей, например:

$$1) 73 = 1 + 72;$$

$$2) 16 = 1 + 1 + 14;$$

$$3) 28 = 1 + 1 + 1 + 1 + 24;$$

$$4) 128 = 1 + 1 + 1 + 125.$$

Понятно, что, оценивая решение таких задач учениками разных классов в одной возрастной группе или в разных, наряду с правильностью решения примеров очень важно учитывать и различия по способу их решения, в частности, как часто ученик в своих действиях использовал оптимальные способы, в какой степени он управлял своими действиями, как он их организовывал.

Способность обобщать смысл задач проявляется в том, действует ли ученик по одному и тому же принципу в разных ситуациях, или он в каждой новой ситуации опять ищет другой способ ее разрешения, не используя прошлого опыта. Когда третьеклассникам предлагали решить ряд задач, где вместо одинаковых букв — одинаковые цифры, а вместо разных — разные:

$$1) \begin{array}{r} \text{Р М Н} \\ + \text{Н М Р} \\ \hline \text{М К М} \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} \text{С В С Г С} \\ + \text{С Г С В С} \\ \hline \text{Р С Р С Р} \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} \text{В Т Р Т В Т Р} \\ + \text{Р Т В Т Р Т В} \\ \hline \text{Т Н Т Н Т Н Т} \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r} \text{Б Л Б Ф Б Л Б Ф} \\ + \text{Б Ф Б Л Б Ф Б Л} \\ \hline \text{У Б У Б У Б У Б} \end{array}$$

$$5) \begin{array}{r} \text{Д Ш Х Ш Д Ш Х Ш Д} \\ + \text{Х Ш Д Ш Х Ш Д Ш Х} \\ \hline \text{Ш И Ш И Ш И Ш И Ш} \end{array}$$

то оказалось, что одни дети смогли найти принцип, по которому можно успешно решить все эти задачи. Это было видно из записей их решения, например:

$$1) \begin{array}{r} 132 \\ + 231 \\ \hline 363 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 31323 \\ + 32313 \\ \hline 63636 \end{array}$$

Другие дети решали задачи, не обобщив прошлый опыт, например:

$$1) \begin{array}{r} 145 \\ + 541 \\ \hline 686 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 72767 \\ + 76227 \\ \hline 148994 \end{array}$$

Школьникам, не нашедшим принципа решения предложенных задач, было очень трудно, как видно из их записей, соблюдать такие два требования, как правильное замещение букв однозначны-

ми числами и получение математически верного выражения. Так, некоторые, правильно замещая буквы числами, имели в результате неверный ответ, например:

$$\begin{array}{r} 58575 \\ + 57585 \\ \hline 05050 \end{array}$$

Завершая обсуждение общих аспектов индивидуальных различий (на материале различий в мышлении детей), следует подчеркнуть, что наиболее ценными как для изучения особенностей мышления младших школьников, так и для практики обучения является их разделение по способу решения задач. В дальнейшем мы будем выделять именно эту сторону различий в интеллекте.

2. ИЗУЧЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗЛИЧИЯ В МЫШЛЕНИИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ В СОВЕТСКОЙ ПСИХОЛОГИИ

Наиболее значительные исследования, посвященные анализу индивидуальных различий в мышлении младших школьников, были проведены в 60-х годах группой ученых во главе с известным советским психологом Н. А. Менчинской. В их работах мышление рассматривалось в контексте общей способности к усвоению знаний, к обучению, т. е. в контексте обучаемости. Обучаемость тесно связывалась с умственным развитием: со сформированностью мыслительных операций (особенно анализом, синтезом, сравнением, обобщением), со свойствами ума (гибкостью, активностью, самостоятельностью), с соотношением конкретного и абстрактного видов мыслительной деятельности.

Различия младших школьников по указанным характеристикам умственного развития были предметом многолетнего лонгитюдного исследования, выполненного Г. П. Антоновой (1968). В этом исследовании участвовали на протяжении трех лет ученики начальной школы (II—IV классов), которым предлагалось решать задачи, построенные на учебном материале (в частности, на материале начальной математики) и на неучебном (использовался исследовательский вариант известной головоломки «игра в 15» — «игра в 5», разработанный В. Н. Пушкиным (1965). Исследования подтвердили, что дети, разделенные в результате выполнения заданий в начале второго класса на три группы по уровням их выполнения и развития мышления (высокий, средний и низкий), сохраняли свое место в соответствующей группе и в последующие годы обучения. Было показано, что индивидуальные различия младших школьников по характеристикам мышления носят достаточно устойчивый характер.

Многостороннее освещение проблема индивидуальных различий в мышлении школьников получила в работах З. И. Калмыковой (1975). Ею разработана специальная методика и экспе-

риментальная ситуация, с помощью которых можно достаточно детально изучать и устанавливать индивидуальные различия. Было выделено восемь групп учащихся по уровню умственного развития. Учитывались такие характеристики мыслительной деятельности, как обобщенность, осознанность (определяемая соотношением практической и словесно-логической сторон мыслительной деятельности), гибкость, устойчивость и самостоятельность (связанная с восприимчивостью ребенка к помощи). Благодаря отмеченной дробности индивидуальных различий З. И. Калмыковой удалось содержательно проследить как возрастные различия мышления учащихся II, IV, VI классов, так и изменение распределения этих различий (т. е. изменение в составе групп и их численности) по каждому из указанных возрастов.

Под руководством С. Ф. Жуйкова (1965, 1979) были выполнены исследования по изучению мыслительной деятельности младших школьников, реализующейся на усваиваемом ими конкретном учебном материале, в частности по русскому языку. В работе К. Г. Павловой (1968) было показано, что различия по такому важному качеству мышления, как гибкость, проявляются у учащихся при усвоении грамматики: малая переключаемость, инертность у ряда детей осложняет формирование грамматического отношения к слову, и, наоборот, дети с гибким мышлением относительно легко и быстро усваивают понятия.

Важные данные о степени устойчивости индивидуальных различий в мышлении младших школьников получены в работе С. Ф. Жуйкова (1979). В процессе работы были выполнены обучающие эксперименты, направленные на развитие мышления в ходе усвоения грамматики и орфографии. Оказалось, что, несмотря на специальное обучение рациональным приемам решения лингвистических задач, различия сохранялись у детей на протяжении трех лет. В частности, по характеру усвоения нового материала и операций («с места» или только по образцу, а также и по образцу путем многократного повторения) оказались устойчивыми.

Сопоставление данных, полученных в работах З. И. Калмыковой и С. Ф. Жуйкова, позволяет поставить вопрос о том, устойчивы или изменчивы различия в мышлении младших школьников. Диалектическое решение этого вопроса должно состоять, как нам представляется, в том, чтобы указать конкретно, в чем эти различия оказываются устойчивыми, а в чем изменчивыми, подвижными. Или по каким аспектам мыслительной деятельности различия более подвижны (и следовательно, в большей степени зависят от обучающих и формирующих воздействий учителей и экспериментаторов в экспериментальном обучении), а по каким аспектам они менее подвижны и, следовательно, меньше зависят от воздействий принятыми методами.

Возможно, что впечатление об устойчивости или подвижности зависит от того, насколько дробно и тонко различия выделяются.

Можно полагать, что, отметив, например, две группы детей в том или ином возрасте, можно будет обнаружить наличие этих же групп потом, после наблюдения за ними в течение ряда лет. При выделении же большого числа групп, исходя из каких-нибудь параметров мышления, скорее можно будет ожидать через несколько лет изменения их состава и количества.

Следует учесть, что моменты, характеризующие устойчивость различий мышления младших школьников, служат одновременно их характеристиками при обсуждении вопроса о возрастных закономерностях в школьных возрастах: младшем, среднем и старшем. А те моменты, которые отражают подвижность различий от I к III классу, не могут стать характеристикой мышления младших школьников при сопоставлении с мышлением детей других возрастов.

При квалификации некоторых различий как устойчивых, так и подвижных необходимо учитывать, на материале каких заданий изучается мышление младших школьников. В тех случаях, когда дети первого класса будут получать задания, которые успешно решает значительное большинство третьеклассников, или, наоборот, дети третьего класса выполняют задания, с которыми не справляется большинство первоклассников, — исследователь сможет фиксировать подвижность индивидуальных различий в мышлении: в первом случае количество групп среди детей будет с возрастом уменьшаться, а во втором — наоборот, увеличиваться.

Изучение проблемы различий, в частности их динамики в младшем школьном возрасте, требует в указанных выше случаях разработки таких заданий, материал которых позволял бы проводить серьезную качественную аналитическую работу по разбору процессуальных особенностей их выполнения. Это позволит как среди детей, успешно выполняющих задание (например, как было отмечено, среди третьеклассников), так и среди детей, не справляющихся с заданием (среди первоклассников), выделить разные группы и проследить их «судьбу» на протяжении ряда лет обучения. В указанных выше случаях, таким образом, уровневые различия в мышлении детей должны быть конкретизированы качественными, опирающимися на процессуальные характеристики решения задач.

Уровневые показатели различий в мышлении, опирающиеся в основном на результативные характеристики, целесообразно использовать на относительно небольших временных промежутках возрастного развития, например в начале учебного года и в его конце (сентябрь—май). В этом случае, вероятно, можно будет фиксировать в большей степени устойчивость различий, чем их подвижность. Но если нужно проследить динамику на протяжении ряда лет, двух или трех, то тогда целесообразно применять исследовательский подход, связанный с дополнением заданий, предлагающихся для выполнения наблюдаемым контингентом учащихся.

Последнее означает, что, предложив детям на первом году наблюдения за ними конкретное задание (в начале и в конце учебного года), на следующий год этим же детям следует дать еще одно (более сложное) и уже на его материале проследить дальнейшую динамику развития различий (опять предъявляя задание в начале и в конце учебного года). Задание предыдущего года можно использовать как контрольное. Можно предположить, что его результаты будут свидетельствовать большей частью о подвижности различий, чем об их стойкости.

При указанном исследовательском подходе, т. е. когда каждый год дается и новое задание (для одной и той же группы детей) и используется старое, — в течение ряда лет динамика различий раскрывается более конкретно. На материале нового задания можно наблюдать, в каких моментах выделенные в самом начале работы группы детей относительно постоянны, а на материале повторяющегося — раскрывается, в каких моментах выделенные в самом начале работы группы детей относительно подвижны, и обнаруживается появление новых групп.

Подобный исследовательский подход, — использование повторяющихся и новых заданий при наблюдении за группой детей на протяжении ряда лет, — является адекватным, по нашему мнению, для решения проблемы различий одновременно в возрастном и типологическом аспектах. Этот подход в относительно развернутом виде был реализован в исследованиях, выполненных под руководством Л. В. Занкова (1975), в частности в работах М. В. Зверевой (1975). В их исследованиях, с одной стороны, прослеживались возрастные различия в мыслительной деятельности младших школьников по разным учебным программам (экспериментальным, созданным на основе теоретических представлений о сущности обучения в начальной школе, разработанных Л. В. Занковым, и неэкспериментальным, обычным программам начальной школы); с другой стороны, велось наблюдение за динамикой мыслительной деятельности отдельных групп детей, особенно за теми, кто в начале первого класса плохо усваивал учебный материал.

Данные этих исследований показывают определенную устойчивость различий в мышлении (подобно тому, что выявилось в работах С. Ф. Жуйкова), проявляющуюся в том, что и через три года обучения в начальной школе (по экспериментальным программам) были различия в выполнении заданий между более сильными и менее сильными школьниками (по успеваемости). В то же время выявилась и определенная подвижность различий, в частности в группе менее сильных школьников за время обучения в школе не осталось детей, решающих контрольные задачи на самом низком уровне (в то время, как при обучении по неэкспериментальным программам такие дети еще были).

Наряду с указанными выше подходами и направлениями в изучении индивидуальных различий в мышлении младших школьни-

ков, следует рассмотреть работы, выполненные в рамках программированного обучения под руководством А. И. Раева (1970), а также работы, выполненные в рамках экспериментального обучения, построенного на основе теории содержательного обобщения (В. В. Давыдов, 1972, 1986).

В первом из указанных направлений основной акцент при изучении индивидуальных различий был сделан на различия по мыслительным операциям (анализ, синтез, абстрагирование, сравнение, обобщение, классификация). Цель экспериментального обучения (применялось программирование учебного материала и тем самым осуществлялось управление усвоением детьми знаний по разным школьным предметам) состояла в том, чтобы сгладить различия младших школьников.

Анализ результатов отмеченных выше исследований показывает, что действительно эти различия (в частности, по степени развития мыслительных операций) достаточно подвижны и в значительной степени теряют свою остроту в условиях программированного экспериментального обучения, нацеленного на интеллектуальное развитие детей. Значит, различия в мышлении младших школьников зависят от методов их обучения. Эти результаты совпадают с данными, полученными в отмеченной выше работе К. Г. Павловой, где также было показано, что ряд различий, в частности, при решении грамматических задач, имеет временный характер.

В рамках другого экспериментального обучения младших школьников, выполненного под руководством Д. Б. Эльконина и В. В. Давыдова (1966, 1972, 1977, 1986), основной упор был сделан на различия детей по типу мышления. В начальной школе у детей фиксировались два типа мышления — теоретическое (обобщенное) и эмпирическое (необобщенное), характеристики которых начали разрабатываться под руководством С. Л. Рубинштейна (1940, 1958) и получили дальнейшую конкретизацию в исследованиях, выполненных под руководством В. В. Давыдова (1986).

Анализ результатов, полученных в указанных исследованиях теоретического и эмпирического мышления младших школьников, позволяет следующим образом квалифицировать динамику различий в мышлении детей этого возраста. Количество учеников, решающих задачи теоретическим способом, увеличивается от первого класса к третьему. Это означает, что часть из «эмпириков» становится «теоретиками», следовательно, различия по этому параметру достаточно подвижны. Но оставшаяся часть детей — «эмпириков» указывает на то, что данное различие в этом возрасте является устойчивым.

Таким образом, результаты рассматриваемого направления исследований мышления младших школьников отражают сложную картину динамики различий: имеется часть учеников, которые не меняют типа мышления на протяжении всего обучения в трех

начальных классах, и часть детей, изменяющих тип мышления с возрастом. Следует отметить, что при экспериментальном обучении на основе теории содержательного обобщения, число детей, изменивших тип мышления, значительно больше, чем при обучении по неэкспериментальным, обычным программам начальной школы.

В целом анализ ряда направлений, представленных в советской возрастной и педагогической психологии, показывает, что проблема различий в мышлении младших школьников всегда была одной из центральных. В ее решении накоплен значительный опыт и большое число до сих пор актуальных данных, а также и методик, с помощью которых эти данные были получены. Различия в мышлении рассматривались с разных сторон: различия в операциях мышления, его качествах, типах. Было охарактеризовано значительное число разных групп детей, которые встречаются в младшем школьном возрасте. Несомненно, собранный в указанных исследованиях материал будет использован для помощи учителю при решении задач перестройки начального обучения. В частности, создаются благоприятные возможности для детальной характеристики как на основе результативных, так и процессуальных показателей мышления младших школьников.

3. ИЗУЧЕНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ РАЗЛИЧИЙ В МЫШЛЕНИИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ПСИХОЛОГОВ США

В 70—80-х годах нашего столетия в США было выполнено значительное количество исследований, посвященных изучению мышления младших школьников. Среди них, в значительной мере условно, можно выделить три основные направления: во-первых, исследования, в основе которых лежат идеи бихевиоризма и необибевиоризма; во-вторых, исследования, исходящие из концепций когнитивной психологии о различиях в познавательных процессах, и, в третьих, исследования, выполненные на основе учения известного швейцарского психолога Ж. Пиаже о развитии человеческого интеллекта.

Исследования второго из названных направлений были специально посвящены изучению различий детей младшего школьного возраста в познавательных процессах и, в частности, в мышлении. Интенсивная разработка этой проблематики связана с выяснением роли и функции таких факторов, как, например, особенности ориентации человека в предметном мире, различия в характере познавательных операций и т. п.

Относительно широкая и глубокая разработка этой проблематики началась в американской психологии в 60-х годах нашего столетия, когда произошел поворот от изучения особенностей внешнего поведения к механизмам, лежащим в основе его регуляции, т. е. к собственно психическим процессам.

Как отмечают известные исследователи Дж. Каган и Н. Коган (1970), «возврат к внутренним процессам отражает более, чем циклическое изменение в популярности некоторой предметной области. Этот возврат характеризует то, что психология не только «наука», изучающая поведение, но и также наука о структуре психологической жизни» (Kagan G., Kogan N. Individual Variation in cognitive processes. — In Paul H. Mussen (Ed). Carmichael's manual of Child Psychology. — N. Y., 1970).

В исследованиях различий в когнитивных процессах были сформулированы некоторые представления, отражающие определенные отношения между поведением и познавательными процессами (в частности, мышлением). В их число входят представления о когнитивном стиле и когнитивном темпе.

История разработки представлений о когнитивном стиле такова. В 1953 г., изучая абстрагирующую способность детей, И. Э. Сигель показал, что картинки с изображением предметов (живых и неживых) могут быть сгруппированы разным образом: 1) категорически, когда изображенные предметы относятся к классу каких-либо объектов, например фрукты, животные и т. п.; 2) функционально, когда за основание группировки предметов принимается их общность по функциональному отношению, т. е. их сопричастность в осуществлении некоторого продуктивного акта, — например, спичка зажигает трубку; 3) пространственно, когда подбор предметов производится по общности их месторасположения, — например, собака и корова находятся на ферме; 4) аналитически, когда предметы объединяются на основе наличия у них одинаковых наглядно представленных деталей, — например, дом и автомобиль имеют дверь.

Позже, в 1963 году, Дж. Каган (1970) разработал тест, предназначенный для определения когнитивного стиля у детей 6—12 лет, т. е. для установления того, какой тип группировки предметов предпочитает тот или иной ребенок отмеченного возраста. В ходе проведения этого теста испытуемому для группировки предлагаются комплекты из трех карточек с изображениями одушевленных и неодушевленных предметов. Дети должны были выбрать две карточки (из трех в комплекте), которые подходят друг к другу каким-нибудь образом. При этом карточки в комплектах были подобраны так, что можно было произвести различные типы группировок: аналитическую, функциональную и категорическую.

Исследования, связанные с установлением возрастных изменений в когнитивном стиле у младших школьников, показали, что в целом с возрастом происходит увеличение количества детей, выбирающих категорическую группировку, хотя всегда были дети с аналитическим и функциональным когнитивным стилем. Наряду с этими исследованиями проводились работы, связанные с критическим отношением к данным, получаемым с помощью теста Дж. Кагана.

Так, целью исследования в работе Д. Стейнис (1973) было выяснение связи формулировки инструкции к группировке с типом самой группировки: «...первая гипотеза нашего исследования состояла в том, что шестилетние дети, которых просили отобрать две картинки, которые «подобны», будут давать значительно больше аналитических ответов, чем те дети, которым давалась обычная инструкция; вторая гипотеза состояла в том, что дети, которых просили выбрать две картинки, которые «подходят вместе друг к другу», будут давать значительно меньше аналитических ответов, чем те, которым давалась обычная инструкция». Следует отметить, что под обычной инструкцией имеется в виду требование стандартного теста, обращенное к ребенку: «найди лишнюю картинку из трех» или «объедини какие-нибудь две картинки вместе, а одну отложи отдельно».

Оказалось, что действительно, изменение инструкции указанным образом влияет на ответы детей так, как это предполагалось исследователем.

Целью другой работы было создание условий, способствующих изменению аналитического стиля решения заданий, обсуждаемого теста на функциональный и категорный (1971). На первом этапе исследования дети демонстрировали на материале теста наличие того или иного когнитивного стиля. На втором — детям, у которых обнаружился когнитивный стиль аналитического типа, были показаны кинокадры с правильным выполнением заданий, подобных тем заданиям, что были включены в тест. На третьем этапе исследования дети вновь решали задания теста. В итоге исследования оказалось, что путем показа образца правильного выполнения заданий удалось перестроить аналитический когнитивный стиль на функциональный и категорный.

Значительно большее число работ посвящено изучению особенностей когнитивного темпа у младших школьников. Под когнитивным темпом понимается то, как быстро или медленно, импульсивно, непобуданно или рассудительно, обдуманно, осмотрительно человек выдвигает гипотезы при решении задач. Дж. Каган, разработавший специальный тест для оценки типа когнитивного темпа, отмечал: «Рассудительность-импульсивность связана с той степенью, с которой субъект отражает достоверность своих гипотез в проблемах, которые включают неопределенность ответов. Имеется много тестовых процедур, которые могли бы адекватно показывать это. Специфический тест, который используется наиболее часто, называется «Подбор известных рисунков». Ребенка просят выбрать один стимул (из шести его вариантов), который идентичен стандартному стимулу. Число ошибок и время реакции на первую гипотезу обозначают две основные переменные. Наблюдается уменьшение ошибок и увеличение времени реакции с возрастом у американских детей от 5 до 11 лет».

Исследование явления «рассудительность-импульсивность» ведется в двух направлениях. В одной группе работ изучались те

стратегии, которые применяют импульсивные и рассудительные дети при решении задач теста на выбор одного стимула из шести данных, совпадающего с образцом. Так, в работе Адамс (1972), в которой участвовали дети 6 и 8 лет, было показано, что у шестилетних детей есть различия в стратегии выбора нужного стимула, — импульсивные дети 6 лет применяли менее зрелые стратегии, чем рассудительные дети этого же возраста. Другая часть данных, полученных в этой работе, свидетельствовала об отсутствии различий в стратегиях между импульсивными и рассудительными детьми среди восьмилетних учащихся.

В следующей работе (1976) эксперименты проводились с девятилетними детьми и было установлено, что рассудительные дети при выборе нужного стимула делали больше сопоставлений со стандартным стимулом (образцом) и применяли более систематическую стратегию, чем импульсивные.

Сопоставление результатов отмеченных работ позволяет отметить определенное противоречие полученных данных при рассмотрении связи возраста испытуемых с типом когнитивного темпа: среди восьмилетних детей не было различий в стратегии при решении задач на выбор стимула, а среди девятилетних детей различия были.

Еще в одной группе работ выявлялись условия, с помощью которых можно было бы изменить когнитивный темп у младших школьников. Полученные данные показали, что тренировка в совершенной стратегии и в задержке ответов (1973), а также в выполнении заданий, требующих другой стратегии выбора, способствует увеличению правильных ответов у импульсивных детей.

Специальное исследование было посвящено выяснению эффективности трех способов модификации решения задач импульсивными детьми (1972). Им предлагались условия, способствующие отсрочке ответа, увеличению ответственности за ошибки, обучению успешным стратегиям (путем объяснения и коррекции с помощью обратной связи). Результаты исследования показали, что самым эффективным способом является обучение детей успешным стратегиям с объяснением их смысла.

В целом, характеризуя особенности изучения мышления и различий в мышлении младших школьников в указанных выше работах, следует отметить, что мышление в этих экспериментах (т.е. при решении тех задач, которые предлагались детям) реализуется, на наш взгляд, в урезанном виде, в частности, в основном как адаптивный познавательный процесс, как процесс приспособления к наличным условиям.

Так, при определении когнитивного стиля с помощью группировки карточек отсутствует объективно данная необходимость выбора основания для группировки того или иного вида. Поэтому можно считать, что такой тест скорее выступает проективным заданием, выявляющим предпочтение ребенка к тому или иному способу группировки, чем мыслительной задачей, связанной с

поиском заданных отношений, с поиском решения. К тому же выбор ребенком той или иной группировки во многом, как и вообще в любых заданиях на классификацию предметов объективного мира, зависит от содержания и количества знаний, имеющихся у ребенка.

Этот же недостаток (т. е. отсутствие в эксперименте такой проблемы, которая требует мыслительного процесса, связанного с поисковой активностью и выделением существенного и несущественного в ходе анализа условий задач и прогнозирования возможных вариантов решения), хотя и в меньшей степени, имсет и второй тест, применявшийся для выявления различий, — на определение типа когнитивного темпа. Ситуация выбора из шести данных рисунков одного, который буквально совпадает с образцом, представляет, на наш взгляд, задачу на внимание, поскольку, чтобы выбрать пужную копию из шести похожих отображений, достаточно аккуратно и тщательно сравнить, сличить, сопоставить данные шесть рисунков с образцом и указать точную копию образца. В этой ситуации требуется, фактически, найти не заданные, не скрытые отношения предметов, а наглядно данные, открытые, представленные в непосредственно воспринимаемых характеристиках, которые не требуется в ходе решения теста преобразовывать, чтобы установить их отношения.

Вместе с тем данные исследования показывают, что в них найдены интересные приемы установления различий у младших школьников в умственной деятельности и что эти различия определенным образом охарактеризованы и классифицированы.

Однако возможность сравнительно быстрой переделки аналитического способа группировки на функциональный и категориальный, быстрого изменения импульсивного поведения на рассудительное оставляет открытым вопрос о том, насколько устойчивы у детей эти различия. Вызывает возражение также слишком ситуативное, на наш взгляд, содержание теоретических представлений о когнитивном стиле и когнитивном темпе. Здесь мы имеем в виду то обстоятельство, что те или иные особенности когнитивного поведения ребенка можно квалифицировать лишь при решении специальных заданий, т. е. только соблюдая процедуру тестирования, разработанную Дж. Каганом. В других случаях, как было показано в ряде исследований (например, при изменении формулировки инструкции), результаты получаются иные.

Таким образом, возникает вопрос: не является ли та или иная особенность мышления ребенка, проявившаяся при решении заданий соответствующего теста, функцией содержания заданий, а не характеристикой когнитивного поведения данного ребенка самого по себе? Можно предположить, в частности, что на заданиях иного вида, чем те, которые включены в квалификационный тест, импульсивные дети предстанут рассудительными, а рассудительные — импульсивными; дети, предпочитающие группировки ана-

литического типа, станут классифицировать изображения предметов категорично, и наоборот.

Решение этого вопроса требует, по нашему мнению, не только разработки иных тестов, но и, самое главное, глубокой проработки теоретических оснований, позволяющих конструировать внешне разные задания, но направленные, тем не менее, на выявление особенностей одних и тех же различий детей в умственной деятельности.

Сопоставляя исследования индивидуальных различий в мышлении младших школьников, выполненные советскими и американскими психологами, следует отметить ряд положений.

Во-первых, советские психологи используют в качестве экспериментальных заданий такие задачи, которые действительно требуют для своего решения мыслительной, а не вообще познавательной деятельности. Они предлагают задания, успешное выполнение которых помогает выделению скрытых отношений, осуществление опосредствованного отражения действительности, т. е. мышления.

Во-вторых, в своих исследованиях советские психологи учитывают и принимают во внимание в качестве предмета исследования разные моменты мыслительной деятельности: операции, виды мышления, качества ума. Для этого используются разные методики, включающие как одну, так и несколько задач. Такой подход позволяет более сложно представить различия в мышлении детей, чем это происходит, на наш взгляд, в исследованиях американских психологов.

В-третьих, и это, пожалуй, одно из самых главных положений, советские психологи исследуют различия на основе представлений о том, что обучение в школе, в частности в начальных классах, выступает решающим условием развития детского мышления и, следовательно, главным фактором, детерминирующим как устойчивость различий, так и их подвижность, — последнее было убедительно показано в исследованиях, выполненных в рамках разных систем экспериментального обучения.

В американской психологии считается, что мышление развивается независимо от школьного обучения и, наоборот, само обучение в школе возможно постольку, поскольку оно может опираться на уровень развития мышления, соответствующий усваиваемому учебному материалу. Как подчеркивал Ж. Пиаже, на теоретические представления которого в настоящее время опирается большинство американских психологов, успехи в обучении определяются уровнем умственного развития ребенка, который усваивает содержание обучения «в соответствии со сложившейся у него в данное время интеллектуальной структурой» (Пиаже Ж. Избранные психологические труды. М., 1969. С. 213).

В целом, анализ исследований, посвященных изучению различий в мышлении младших школьников, показал наличие разных исследовательских подходов в решении этой проблемы.

РАЗЛИЧИЯ В МЫШЛЕНИИ ПРИ РЕШЕНИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

В предыдущей главе мы рассматривали разные подходы к выделению особенностей мышления, которые реализованы психологами из разных научных школ. Трудность, связанная с соотношением результатов, полученных в разных исследованиях, с интерпретацией данных, с обобщением огромного и разнообразного материала, характеризующего свойства мыслительной деятельности детей, предполагает необходимость разобраться в том, что имеется в виду под мышлением.

В советской психологии считается, что методы мыслительной деятельности формируются у детей в основном в ходе школьного обучения. Известный ученый В. В. Давыдов отмечает в связи с этим: «В процессе воспитания и обучения каждый отдельный человек присваивает себе, превращает в формы собственной деятельности те средства и способы мышления, которые созданы обществом в соответствующие исторические периоды» (Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении. — М., 1972. С. 333).

Усваивая знания по различным учебным дисциплинам, ребенок овладевает одновременно и способами, которыми эти знания добывались, т. е. овладевает методами познания, приемами мышления, направленными на решение познавательных задач. Поэтому уровень развития мышления у школьников целесообразно характеризовать с точки зрения использования ими способов решения познавательных задач и в какой степени они освоены. Для этого необходимо знать особенности разных способов познания, выделенные в философии.

Дальнейшее изложение характеристик эмпирического, необобщенного, формального, и теоретического, обобщенного, содержательного мышления человека при решении познавательных задач будет проводиться в русле понимания этих видов мышления, представленного в фундаментальном труде В. В. Давыдова «Виды обобщения в обучении».

В теории познания диалектического материализма выделены два основных способа познания — эмпирический и теоретический. Советский философ П. В. Копнин так характеризует их своеобразие: «В эмпирическом познании объект отражен со стороны его внешних связей и проявлений, доступных живому созерцанию... Эмпирическим путем постигается явление, а не сущность...

Теоретическое познание отражает объект со стороны его внутренних связей и закономерностей движения, постигаемых путем рациональной обработки данных эмпирического знания» (Копнин П. В. Введение в марксистскую гносеологию. — Киев, 1966. — С. 190—191).

«Эмпирический способ познания связан, — как отмечает В. В. Давыдов, — с формальным обобщением предметов, с выделением в них формально общего. Это выделение происходит в процессе сравнения единичных конкретных предметов». Такое обобщение достаточно «для выделения классов предметов по сходным чертам, для составления соответствующей классификации и для использования последней с целью опознания конкретных предметов» (Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении. — М. 1972. — С. 55, 65).

Теоретический способ познания связан с содержательным обобщением предметов. В основе этого вида обобщения лежит анализ, направленный на выделение единой исходной основы наблюдаемого разнообразия явлений.

В самых общих чертах особенности указанных способов познания можно проиллюстрировать на примере подходов к изучению живой природы, реализованных в трудах таких известных натуралистов, как К. Линней (XVIII век) и Ч. Дарвин (XIX век).

Пользуясь приемами формального обобщения — сравнивая растения между собой по внешним особенностям и удерживая повторяющиеся, — К. Линней разделил весь растительный мир на 24 класса, создав грандиозную классификацию флоры Земли. Все цветковые растения, например, были разбиты им на классы в зависимости от наличия у них таких наблюдаемых признаков, как число, форма и расположение тычинок. Так, в первый класс попадали растения с одной тычинкой, в пятый — с пятью, в десятый — с десятью. Надо сказать, что, наряду с удобством классификации К. Линнея, многие натуралисты отмечали ее искусственный и формальный характер, поскольку она базировалась на совпадении наблюдаемых признаков, а не на внутреннем реальном родстве растений, включенных в один класс. В пятый класс, например, попали такие разнородные растения, как морковь, лен, лебеда, колокольчик, незабудка, смородина, калина. И наоборот, такие родственные растения, как брусника и черника, попали в разные классы, поскольку имеют разное число тычинок.

Иначе изучал проявления жизни на Земле Ч. Дарвин. Он считал необходимым выявить реальное родство, внутреннюю общность разных видов живых организмов, которые встречались ему во время кругосветного плавания на корабле «Бигль». Например, на островах около Южной Америки и на самом континенте было обнаружено несколько видов волкообразных лисиц. Верный своему методу, великий биолог не ограничился описанием внешнего сходства и различия этих животных, а показал, что все они про-

как он изменял это отношение. Выяснится, что, во-первых, изменение проявилось в уменьшении отношения веса к объему, во-вторых, это уменьшение было резким — сразу в два раза, в-третьих, оно происходило в области значений, где $V/O < 1$.

Теперь человек может предположить, что не всякое изменение отношения веса к объему оказывает влияние на «поведение» предметов в воде, а лишь такие, когда это отношение изменяется с переходом через границу двух областей его значений, т. е. либо от $V/O < 1$ к $V/O > 1$, либо, наоборот, от $V/O > 1$ к $V/O < 1$.

Для проверки этого предположения надо провести такую серию погружений деревянного куба, чтобы его вес, например, постепенно и равномерно увеличивался, пока значение отношения не изменится от $V/O < 1$ к $V/O > 1$. С этой целью можно воспользоваться последним вариантом куба и маленькими алюминиевыми кубиками (по 2,58 г весом и 1 см³ объемом каждый). При каждом погружении куба его вес может постепенно увеличиваться, если в середину вставлять металлические кубики.

Результаты серии погружений куба должны подтвердить последнее предположение. Это позволит получить такое знание: если у какого-нибудь предмета $V/O > 1$, то он будет тонуть в воде, а если $V/O < 1$, то он будет плавать. Пользуясь этим знанием, с одной стороны, можно надежно предсказывать по отношению к любому предмету, будет он плавать или тонуть в воде. Для этого не надо погружать его в воду, а достаточно выяснить отношение его веса к объему. С другой стороны, опираясь на полученное знание, можно уверенно строить новые предметы с требуемым «поведением» в воде.

Попробуем описанный способ решения познавательной задачи рассмотреть с позиций норм, выделенных в диалектической логике для теоретического способа познания. В частности, установлено, что при теоретическом познании человек должен выполнять особые познавательные действия: моделировать изучаемое явление, анализировать роль условий в его существовании, рефлексировать (осмысливать) характер собственных познавательных действий.

Необходимость выполнения этих действий вытекает из своеобразия целей, которые ставятся при теоретическом подходе к решению познавательных задач. В этом случае человек, как уже говорилось, стремится объяснить наблюдаемые события, особенности их протекания, понять их смысл, установить закономерность, которой они подчиняются. Человек должен раскрыть сущность происходящего, или, как писал К. Маркс, «видимое, лишь выступающее в явлении движение свести к действительному внутреннему движению» (Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 25, ч. I. — С. 343).

Именно такая цель стояла перед нами, когда мы выясняли, почему одни предметы плавают в воде, а другие тонут.

Характеризуя действие моделирования, следует сказать, что его смысл заключается в замещении изучаемого объекта другим,

специально для этого созданным. Этот искусственный объект есть модель. Как отмечает специалист по методам научного познания В. А. Штофф, «под моделью понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об объекте» (Штофф В. А. Моделирование и философия. — М., — Л., 1966. — С. 19).

Многие специалисты по теории познания указывают, что моделирование — характерная черта теоретического мышления при решении познавательных задач. В. В. Давыдов, например, пишет, что по своей природе такое мышление не имеет своим объектом многообразие непосредственно данных вещей, а подходит к ним, оперирует с ними лишь посредством этих особых предметов — моделей (см: Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении. — М., 1972. — С. 279), а М. К. Мамардашвили подчеркивает, что на эти искусственные предметы «как бы накладывается вся масса эмпирически наблюдаемых свойств и связей действительности, которые в этом случае берутся научно, а не каким-либо иным возможным для сознания образом: человек оказывается в положении исследователя по отношению к ним» (Мамардашвили М. К. Форма и содержание мышления. — М., 1968. — С. 18).

Согласно В. В. Давыдову, средствами теоретического мышления выступают разные виды моделей: вещественные (макеты, модели механизмов), образные (рисунки, схемы, чертежи), знаковые (формулы математические, физические, химические и др.). Образные и знаковые модели называются мысленными. Любая модель представляет собой результат упрощения изучаемого объекта при сохранении характеристик, интересующих исследователя. В нашем примере представление любого твердого предмета как отношения веса к объему (V/O) есть его мысленная модель, оформленная в знаках.

После выработки исходного модельного представления изучаемого явления человек, подходя к решению познавательной задачи теоретическим образом, приступает к действиям анализа. Они состоят в преобразовании условий с целью установить их роль в существовании явления. Под условиями здесь понимаются отношения разных характеристик явления. Поэтому анализ как выяснение сущности тех или иных условий связан в конечном счете с выделением из разных отношений такого, изменение характеристик которого оказывает решающее влияние на существование явления.

В. В. Давыдов отмечает, что анализ «состоит в сведении различных внутри целого к единой порождающей их основе, к их сущности» (Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении. — М., 1972. — С. 311).

По отношению к нашему примеру (с плаванием тел) это означает, что нужно свести все различные случаи «поведения» предметов в воде к одному отношению, опираясь на которое можно «продлить» любой такой случай.

Это сведение включает разработку предположения о том, какое отношение может выступить в роли «порождающего», и проверку этого предположения. Если предположение не подтвердилось, анализ явления продолжится: будет разработано предположение о существенной роли другого отношения и проведена проверка его истинности.

Результаты разработки предположения оформляются, как мы видели, в виде мысленной модели, отражающей указанную зависимость. Проверка предположения проводится путем изменения существенного отношения либо также на материале мысленной (знаковой или образной) модели, либо, как в нашем примере, на вещественной модели (деревянном кубе).

На этом этапе анализа человек в соответствии с нормами теоретического способа мышления должен не только выяснить, изменения какого отношения влияют или не влияют на протекающие явления, но и установить, какие изменения этого отношения обеспечивают или не обеспечивают это влияние.

Поскольку отношения изменяет сам человек, то учет их особенностей предполагает его обращение к собственным действиям к тому, как, каким образом он изменял данное отношение в том или ином случае, при том или ином результате.

На философском языке такое обращение называется рефлексией. Рефлексия — это такое осмысление человеком своих действий, такое размышление о них, в ходе осуществления которого, как писал советский философ Э. В. Ильенков, «человек отдает себе полный и ясный отчет в том, что и как он делает, т. е. осознает те схемы и правила, в согласии с которыми он действует» (Ильенков Э. В. К истории вопроса о предмете логики как науки. — Вопросы философии, 1966, № 1. — С. 32).

Смысл рефлексии как особого познавательного действия заключается в уточнении человеком своих знаний, в выяснении оснований своих знаний, в установлении того, как вырабатывались те или иные знания и представления.

В нашем примере рефлексия состояла в том, что мы после первого опыта стали выяснять, как изменялось отношение веса к объему, если это изменение не повлияло на «поведение» куба в воде. Это рефлексивное действие позволило пересмотреть и уточнить первоначальное предположение. Продолжение анализа подтвердило в конечном счете, что отношение веса к объему действительно существенно для «поведения» предмета в воде, но не в любом своем конкретном значении, а в определенном (если $V/O > 1$, то предмет потонет, а если $V/O < 1$ — будет плавать).

Итак, мысля теоретическим способом, т. е. выполняя действия моделирования, анализа и рефлексии, человек в результате тако-

го решения познавательной задачи получает теоретическое знание — знание закономерности, которой подчиняется существование некоторого рода явлений. Опираясь на такое знание, он не только и не столько может приспосабливаться к окружающим условиям, сколько изменять их в соответствии со своими целями, решать практические задачи творчески.

Эти возможности теоретического знания лежат в основе многих случаев создания нового и оригинального, внешне неожиданного, но внутренне закономерного. Иллюстрацией может послужить, например, изобретение Д. И. Менделеевым бездымного пороха.

Получив задание создать новый вид пороха, Д. И. Менделеев не пошел путем «проб и ошибок», а подошел к вопросу как теоретически мыслящий естествоиспытатель. Сделав тонкий химический анализ одного из существовавших тогда видов бездымного пороха и ознакомившись со всеми представлениями об этом порохе и рецептами его получения, великий химик приступил к разработке теории идеального бездымного пороха, т. е. к выяснению тех необходимых, существенных условий, которые закономерным образом позволяют получить бездымный порох.

Размышляя о том, какие свойства необходимы веществу, чтобы быть взрывчатым, исследователь констатировал, что в их основе лежит возможность твердой, жидкой или студенистообразной субстанции очень быстро разлагаться, превращаясь в газ. Значит, если некоторое вещество может так себя вести при определенных условиях, то эти условия и есть необходимые, существенные для того, чтобы оно служило взрывчаткой.

Была отмечена также такая основная зависимость: чем больше газов образуется при разложении взрывчатого вещества, тем оно мощнее. И Менделеев, подходя к изучаемому вопросу теоретически — моделируя эту зависимость, анализируя ее характер (как связан, например, состав вещества с количеством газов) и рефлекслируя свои действия при изменении состава вещества, — ввел для оценки взрывчатых веществ новую характеристику — объем газов, образующихся при разложении тысячи весовых частей взрывчатого вещества.

«Введение этого параметра позволило выявить главное направление для дальнейшего совершенствования бездымных порохов: при их разложении должны выделяться только газы, не разрушающие материала орудия. А это моментально сводит количество элементов, пригодных для порохов, до четырех — водород, азот, кислород и углерод (Смирнов Г. В. Преемники Архимеда. — М., 1973. — С. 24).

Действуя в этом направлении, ученый разработал верхний теоретический предел мощности взрывчатых веществ, формулы разных бездымных порохов и лишь «в заключение» практически получил искомый вид пороха — пироколлоидный, отвечающий всем требованиям.

Итак, мы рассмотрели особенности эмпирического и теоретического способов познания. Суммируя все вышесказанное, можно кратко охарактеризовать эти способы познания.

При эмпирическом способе познания явлений цель человека состоит в их классификации. Для этого он сравнивает явления с непосредственно наблюдаемым характеристикам, отвлекаясь от несовпадающих и удерживая повторяющиеся. В результате выделяются характеристики, общие лишь этим сравниваемым явлениям. На их основе образуется знание классов явлений. Это знание позволяет человеку успешно действовать с теми явлениями данного рода, которые имеют общие характеристики.

При теоретическом способе познания явлений цель человека состоит в раскрытии их сущности. Для этого он разрабатывает предположение о характере этой сущности, намечает отношения характеристик, которое может быть существенным для всех явлений данного рода, оформляет его предположение в модели, анализирует путем преобразования характеристик намеченного отношения, рефлексиирует свои способы этих преобразований. В результате выделяется отношение характеристик, исходно общее всем явлениям данного рода. Знание такого отношения позволяет человеку успешно действовать со всеми явлениями данного рода.

В то же время следует еще раз отметить связь эмпирического и теоретического знания. Во-первых, разработка предположения о сущности явлений некоторого рода обязательно предполагает тщательный учет их непосредственно наблюдаемых характеристик. Во-вторых, начальная ориентация человека в любых обстоятельствах всегда связана с их опознаванием и классификацией. Таким образом, эмпирическое знание как знание человеком прямо воспринимаемых особенностей объектов (говоря на философском языке, знание их наличного, непосредственного бытия) выступает необходимым моментом теоретического познания. Как указывает В. В. Давыдов, «описание наличного бытия как предпосылка и следствие бытия опосредствованного является одной из задач теоретического мышления, но такой задачей, которая решается в свете главной цели — выяснение сущности объекта как всеобщего закона его развития» (Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении. — М., 1972. — С. 277).

Психологическая характеристика эмпирического и теоретического мышления

Выше способы познания рассматривались нами в основном в философском аспекте: эмпирический способ решения познавательных задач трактовался как направленный на отражение человеком явлений, а теоретический — как имеющий своей целью отра-

жение сущности. Теперь мы опишем состав психической деятельности человека, обеспечивающей реализацию этих способов, в частности, его мыслительной деятельности.

Мышление принято рассматривать в психологии как процесс решения задач. Характеризуя содержание мышления как особой психической деятельности, С. Л. Рубинштейн писал: «Мышление исходит из проблемной ситуации. Когда проблема сформулирована как задача, в которой отдельно зафиксировано данное и искомое, условия и требования (указание, что надо найти и определить), весь ход мышления определяется соотношением данных задачи и ее требований. В их соотношении и заключается, в сущности, процесс решения задачи» (Рубинштейн С. Л. Принципы и пути развития психологии. — М., 1959. — С. 97).

Иными словами, попадая в проблемную ситуацию, выделяя в ней то, что надо достичь, или выясняя себе требование, которое надо выполнить, а также определяя условия, в которых это можно произойти, человек начинает мыслить, соотносить то, что дано, с тем, что нужно.

Представим такой случай. Человек вышел на берег реки, чтобы перебраться через нее, и обнаружил, что моста нет. Возникла проблемная ситуация: ясна общая цель действий, но неизвестно, как их осуществить. Затем человек может конкретизировать цель — переправиться через реку на плоту — и определить условия ее достижения — построить плот из деревьев, растущих на берегу. В результате он оказывается перед задачей: построить (искоемое) из имеющихся деревьев (данное). Смысл мышления в этой ситуации будет заключаться в поиске способа построения плота из данного материала. Правомерен вопрос: можно ли мышление при решении подобных задач считать эмпирическим или теоретическим?

Ответ должен быть утвердительным, поскольку соотношение целей и условий при решении практической задачи обязательно предполагает получение некоторого знания о них. Человек будет при этом пользоваться либо знанием, в котором отражены прямо наблюдаемые особенности объектов, либо знанием, в котором отражены их сущностные отношения.

Эмпиричность подхода может выразиться в том, что человек будет строить только такой плот, какой он видел раньше. Если, например, прежде ему встречались только плоты, которые состоят из бревен, скрепленных досками, то и теперь он будет стремиться реализовать именно эту конструкцию. При определении условий человек тоже может действовать эмпирически, ориентируясь лишь на прямо наблюдаемые особенности тех деревьев, которые растут на берегу: их толщину, высоту, число сучьев и т. п. Соотнося свои представления о требованиях задачи (наглядный образ плота определенной конструкции) со своим представлением условий задачи (наглядно воспринимаемые особенности имеющих-

ся деревьев), человек может успешно решить эту задачу только в том случае, если внешние особенности имеющегося материала соответствуют предполагаемой конструкции.

В соответствии с нормами теоретического способа познания человек должен отвлекаться от наглядных особенностей цели и условий, от конкретной конструкции плота и материала для его постройки. Ему нужно вскрыть существенное для всех плотов отношение и затем, исходя из особенностей имеющихся средств, предложить конкретную конструкцию плота. Осуществляя такой подход, человек обычно действует успешно.

Таковы черты эмпирического и теоретического способов решения задач, которые зависят от разного отношения к цели и условиям задачи.

На примере задачи с постройкой плота мы рассмотрели отличие теоретического способа решения от эмпирического в самом общем плане. Теперь на примере решения задач детьми попытаемся охарактеризовать те действия, посредством которых эти способы осуществляются.

• Третьеклассникам предлагали решить две задачи.

1. Ребята прыгали в длину. Гриша прыгнул на 83 см ближе, чем Вова, а Коля — на 97 см дальше, чем Витя. Вова прыгнул на 4 см ближе Вити, который, как и Боря, прыгнул на 6 м 21 см. Коля прыгнул на 7 см ближе Феди. Узнайте, кто из ребят прыгнул дальше всех?

2. Девочки рано утром пошли в лес за грибами и вернулись в полдень. Когда стали считать, кто сколько грибов собрал, то оказалось, что Маша набрала очень мало грибов, а Лиза столько же, сколько и Надя. У Светы грибов было намного больше, чем у Гали, а у Нади немного больше, чем у Маши. Лиза набрала намного меньше по сравнению с Галей, а Маша набрала немного больше Кати. Кто набрал грибов меньше всех?

В результате наблюдений за действиями детей при решении первой задачи удалось выделить две группы учеников.

Для одной из них характерны такие особенности решения. Они бегло и невнимательно знакомятся с условиями задачи, напечатанными на отдельном листе. Затем сразу же пытаются ее решить, говоря: «Дальше всех прыгнул Коля» или (так же уверенно) «Дальше всех прыгнули Витя и Боря». Часть детей этой группы никак не могла обосновать свое решение. Другие на вопрос экспериментатора: «Почему ты так думаешь?» — ответили: «Потому что в условии сказано, что Коля прыгнул на 97 см, почти на целый метр дальше Вити» или «Потому что Витя и Боря прыгнули очень далеко, на 6 м 21 см, как взрослые».

Некоторым детям этой группы удалось правильно решить задачу. Однако все их внимание было сосредоточено на числовых данных. Для получения ответа эти учащиеся вычисляли сначала результат каждого прыгуна в отдельности и лишь потом, сравнивая числовые данные, определяли лучшего прыгуна.

Дети другой группы решали эту задачу иначе. Они не спеша, несколько раз читали текст ее условий, обращая внимание на то, что одни имена упоминаются один раз, а другие — два. Некоторые из них записывали эти имена по мере прочтения текста. Далее дети этой группы не пытались вычислять результат каждого мальчика, а переходили к рассуждению, сопоставляя данные условия задачи. Например, выяснив, что среди трех мальчиков (Гриша, Вова и Витя) последний прыгнул дальше всех, ребенок старался узнать, кто прыгнул лучше Вити, и потом, сопоставляя данные, устанавливал, что самый далекий прыжок совершил Федя.

Рассматривая отмеченные особенности действий этих двух групп детей при решении одной и той же задачи, можно сказать, что дети первой группы решали задачу в соответствии с особенностями эмпирического способа познания. Это проявлялось в том, что в одних случаях они ограничивались поверхностным знакомством с условиями задачи, обращая внимание лишь на ее сюжетный смысл и соотнося требование (вопрос задачи) с условиями лишь по их внешним особенностям. Так, в задаче спрашивается: «Кто дальше? и в условии сказано: «Коля на 97 см дальше». Этого достаточно, чтобы дать ответ: «Коля дальше всех». В других случаях, при более обстоятельном знакомстве с условиями задачи, внимание детей концентрировалось на том, что само бросалось в глаза — на числовых данных. Этим самым они также попадали под власть непосредственно наблюдаемых случайных особенностей условий задачи.

Иначе следует охарактеризовать способ решения задачи детьми другой группы, поскольку они в отличие от «эмпириков» выделяли из общего текста условия задачи отношения результатов, достигнутых прыгунами. Отвлекаясь от числовых данных, они анализировали условия задачи, выделяли данные существенные и несущественные, случайные для окончательного ответа. Показательно, что эти дети часто спрашивали: «Зачем здесь числа?», чего никогда не делали дети первой группы.

Характерно для детей второй группы также и то, что процесс решения у них всегда был целенаправленным, осмысленным и управляемым. Это можно было наблюдать и в том случае, когда в качестве начального звена решения выделялись отношения Вовы к Грише и Вите, и тогда, когда решение начиналось с суждения о том, что Коля прыгнул дальше Вити. Беседы с этими детьми показали, что они понимали смысл своего рассуждения, логику своего пути решения задачи, поскольку объясняли свои действия ссылкой на содержание вопроса. Тем самым демонстрировалось, что условия задачи они воспринимали не как набор ничем не связанных данных, а как систему зависящих друг от друга фактов.

Эта и другие, отмеченные нами особенности решения задач детьми второй группы позволяют классифицировать их как соответствующие характеристикам и приемам теоретического способа познания. Здесь имеются и анализ как выделение существенных дан-

ных в условии задачи, и рефлексия как понимание и осмысление хода решения, как направленная организация своих действий, и моделирование как мысленное замещение предложенного текста условий задачи другим, очищенным от случайных данных. О таком замещении можно было судить по отсутствию в рассуждении детей числовых характеристик. Интересно, что ряд школьников строили знаковые модели по ходу решения, изображая имена прыгунов первыми буквами и ставя между ними знаки «>» и «<».

Рассмотрим теперь, в чем состояли различия в действиях детей обеих групп при решении второй задачи. Надо сказать, что вторая задача не случайно следует за первой. Обе они построены на основе такого свойства отношения величин (или отношения отношений величин), как транзитивность. Вот как характеризуется это свойство в логике: «Транзитивность — свойство отношений, состоящее в том, что если первый член отношения сравним со вторым, а второй с третьим, то первый сравним с третьим; другими словами, отношение между двумя и более объектами называется транзитивным (переходным), если, и только если, из наличия этого отношения между, например, «а» и «b» и между «b» и «с» следует его наличие между «а» и «с» (Кондаков Н. И. Логический словарь. — М., 1971).

Смысл такого подбора задач заключается в том, что их решение можно обобщить именно по сути отношения, которое лежит в основе их построения, а не по внешнему сходству данных, представленных в условии. При этом ребенок, анализирующий условия задачи, может легко решить вторую задачу, представляющую, по сути дела, переформулирование первой. Для тех же детей, кто ориентируется на внешние особенности условий задач, вторая выступает как нечто общего не имеющая с первой. Таким образом, на материале таких двух задач можно еще более определенно судить о характеристиках эмпирического и теоретического способов решения.

Как же решали вторую задачу дети первой группы («эмпирики»)?

Одни дети, как и при решении первой задачи, сразу уверенно говорили: «Меньше всех собрала грибов Маша» или «Меньше всех грибов набрала Надя». Они объясняли свой ответ так: «В задаче сказано, что Маша набрала очень мало грибов» или «В задаче говорится, что Надя набрала намного меньше грибов по сравнению с Галей».

Другие дети, которые первую задачу успешно решили с помощью вычислений, не смогли решить другую «про грибы», потому что, как они говорили, «Здесь не сказано, какая девочка сколько грибов набрала, а поэтому нельзя узнать, кто набрал грибов меньше всех».

И, наконец, были в этой группе дети, справившиеся со второй задачей с помощью чисел. Они сами додумались выразить количество грибов, набранное каждой девочкой, конкретными числами.

Как видно, подход «эмпириков» ко второй задаче почти ничем не отличается от их подхода к первой.

Чтобы показать этим детям, что их метод (подстановка чисел в условие задачи или оперирование с уже данными числами) не соответствует типу решаемых задач, была предложена задача с такими числовыми данными, которые с трудом поддаются вычислениям.

А. На одной планете мальчики обладали способностью считать снежинки. Однажды в снегопад они произвели подсчет, и оказалось, что Виктор заметил на $327 \cdot 273 - 372 \cdot 237 + 732$ снежинок меньше, чем Владимир, а Михаил заметил на $462 \cdot 624 + 264 \cdot 642 - 496$ снежинок больше, чем Геннадий. Кроме того, известно, что Владимир заметил снежинок на $(158 + 851 \cdot 581 : 185 - 518)$ меньше, чем Геннадий, а Николай на $(479 \cdot 974 + 794 : 497 - 947)$ снежинок больше, чем Михаил. У кого из ребят замеченное число снежинок оказалось больше?

Как и предполагалось, дети первой группы отказались решать третью задачу, хотя она и была с числами. Ее условие воспринималось ими как весьма противоречивое и в некотором смысле обидное, поскольку спрашивается про количество снежинок, а в условии даны такие числа, которыми очень трудно оперировать.

Таким образом, при столкновении с несколькими задачами одного типа, построенными на основе одного и того же отношения объектов, дети этой группы постоянно ориентировались на внешние особенности условий. Они не сравнивали решаемые задачи, не выясняли общий принцип их решения, а каждую задачу воспринимали как совершенно новую. Такой способ решения однотипных задач следует квалифицировать как эмпирический.

Поведение «теоретиков» также было достаточно последовательным. Прочитав вторую задачу, они сразу абстрагировали отношения объектов (количество грибов, собранных каждой девочкой) от других несущественных моментов, в частности, от выражений «немного», «намного», от лишней информации типа: «Лиза набрала столько же грибов, сколько и Надя». Затем они выделяли отношения какого-то одного объекта к двум другим, анализировали его и путем несложных рассуждений приходили к правильному ответу.

Понятно, что все дети этой группы правильно решили вторую задачу, а также и третью, не обратив серьезного внимания на числовые выражения, а проявив просто недоумение по этому поводу: «А эти примеры надо считать или не обязательно?»

Этот способ решения нескольких однотипных задач не связан, таким образом, со сравнением их по внешним особенностям условий, а проявляется в ориентации детей на существенные внутренние отношения данных. Поэтому он может считаться теоретическим.

Завершая рассмотрение особенностей способов эмпирического и теоретического мышления при решении однотипных задач, сле-

дует отметить, что о выполнении анализа и моделирования их условий можно судить как по успешному и быстрому решению всех задач, так и по указанным выше характерным особенностям действий.

Чтобы установить наличие рефлексии, детям ставились такие вопросы: «Как ты решал первую задачу? Как ты решал вторую задачу? Разные эти задачи или одинаковые?».

Наиболее «разговорчивые» «эмпирики» на первый вопрос обычно отвечали так: «Решал, и все...»; «Думал, писал...»; «Считал...». «Теоретики» рассказывали о своем решении задач иначе: «Сначала искал, где один человек больше одного и меньше другого, а потом узнавал про других»; «Старался расставить всех в ряд, чтобы узнать, кто больше всех...».

Далее все «эмпирики» сказали, что задачи разные: вторая не похожа на первую, так как в ее условиях нет чисел, а в третьей хотя и есть числа, как в первой задаче, но числа другие, тяжело сосчитать. Для «теоретиков» же все задачи были одинаковыми, но в них, как они говорили, «Только рассказывается про разные вещи — про прыжки, про грибы, про снежинки...».

Если под рефлексией иметь в виду такое осмысление человеком своих действий, когда он «осознает те схемы и правила, в согласии с которыми он действует», то ответы «теоретиков» свидетельствуют об осуществлении рефлексии при решении задач.

Особенно отчетливо о наличии или отсутствии рефлексии можно судить по тому, считают ли дети предложенные однотипные задачи разными или одинаковыми и как они это обосновывают.

Если ребенок считает однотипные задачи разными и никак иначе себе их не представляет (что было характерно для «эмпириков»), то, значит, он при решении не совершал таких действий, которые позволили бы ему увидеть их как задачи одного типа.

Такое видение (отмеченное у «теоретиков») возможно благодаря намеренному подчинению человеком своих действий внутренней общности задач. В этом подчинении и состоит рефлексия как размышление человека об основаниях своих действий, о том, почему нужно выполнять именно эти, а не другие действия. Отмеченное размышление отличается от тех случаев, когда человек знает, что он делал (писал, считал или рассуждал), но не знает, почему он делал так, а не иначе.

Характеризуя состав теоретического способа решения задач в психологическом аспекте, можно сказать, что действия анализа (выделение существенных отношений), моделирования (замещение условий) и рефлексии (выяснение человеком схем и правил своего решения) выполняются в основном в уме — путем рассуждения и размышления вслух и «про себя». Это позволяет считать способность действовать в уме (мысленно) еще одним (наряду с указанными тремя действиями) компонентом теоретического способа решения задач.

Анализ, проведенный выше, позволяет сформулировать характерные особенности разных видов мышления.

Теоретическое, содержательно обобщающее мышление предполагает ориентировку человека на внутренние, существенные отношения данных, составляющих условия задач. Это позволяет решать их обобщенным способом. Подходя к задачам эмпирически, человек ориентируется на внешние, несущественные особенности данных. Это приводит к решению каждой задачи поиском способа решения развешивается заново. В результате первого из указанных поисков (все) однотипные задачи решаются быстро и правильно, а в результате второго верно решенными оказываются только отдельные задачи.

Таким образом, основной принцип экспериментирования для изучения характеристик теоретического мышления состоит в сочетании внутренней общности однотипных, однородных задач с внешним различием их условий.

ОСОБЕННОСТИ ПОНИМАНИЯ СОДЕРЖАНИЯ
ЗАДАЧ

Анализ, или способность анализировать условия задач — основной компонент теоретического мышления, характеризующий его своеобразие как содержательного подхода к проблемной ситуации. Смысл действия анализа заключается в том, что человек, рассматривая условия задачи, выделяет в них существенные отношения данных, т. е. такие отношения, от которых зависит успешное решение и предложенной задачи, и всех подобных (родственных) ей.

Поиск существенных отношений часто происходит посредством целенаправленного преобразования условий задач.

Такое преобразование можно было наблюдать в одном из наших опытов при решении следующей задачи: «Если использовать рычажные чашечные весы и на каждую чашу класть при взвешивании только одну монету, то для того, чтобы обнаружить фальшивую (более легкую) монету из семи данных, потребуется три взвешивания. За сколько взвешиваний можно найти фальшивую монету среди 41?».

Как ожидалось, одни дети пытались угадать ответ, называя разные числа. При этом они не стремились разобраться в первой части условия задачи, которая, по сути дела, есть правило, пользуясь которым можно ответить на поставленный вопрос. Правда, применить его непросто, поскольку оно дано не в общем виде, а в форме решения конкретной задачи.

Другие дети обращали внимание на это правило, но не анализировали его, а стремились, вычислив отношение числа монет к числу взвешиваний, сразу ответить на вопрос задачи:

$$1) 7:3=2\frac{1}{3}; \quad 2) 41:2\frac{1}{3}=17\frac{4}{7}.$$

Иначе действовала третья группа детей. Они задавались специфической для анализа целью: узнать, почему для проверки семи монет требуется три взвешивания, т. е. хотели понять данное правило. Для этого они изменяли условие первоначальной задачи, выясняя, сколько взвешиваний понадобится для проверки трех монет, четырех, пяти, шести. В результате сопоставления ответов на эти вопросы было выделено существенное отношение данных задачи: число взвешиваний равно половине числа проверяемых монет, либо половине этого числа, уменьшенного на единицу.

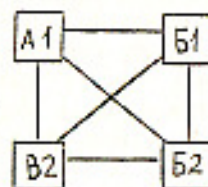
Опираясь на эту зависимость, дети данной группы легко справились не только с вопросом предложенной задачи, но и с другими подобными: «За сколько взвешиваний можно проверить 79 монет? 111 монет? 237 монет?».

Таким образом, описанное преобразование условий позволило детям проанализировать одну задачу и выделить существенную зависимость ее данных. Благодаря этому «решение задачи сразу приобретает обобщенное значение и «с места» переносится на целый класс задач, обеспечивая к ним теоретический подход с позиций единого типа решения» (Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении. — М., 1972. — С. 216).

Эти опыты показали, что различия детей в понимании содержания предложенных задач («теоретики» и «эмпирики») определяются тем, проводили они или нет преобразование условий этих задач с целью их анализа для выделения существенных отношений. В других опытах мы изучали, как на младших школьников влияют такие два важных фактора, как срок обучения ребенка в начальной школе и характер решаемых задач.

Был проведен ряд исследований на разном материале.

В одном из них второклассникам предлагались задачи, условно названные нами «почтальон». В качестве условий этих задач выступают: 1) расположение домиков, например:



и 2) правило перемещения почтальона: он может двигаться только между теми домиками, у которых имеется либо одинаковая буква, либо одинаковая цифра. Например, ответом на такую задачу, как: «Определить, через какой домик можно за два хода попасть из A1 в B2?», будет — «B1».

В ряде индивидуальных экспериментов с второклассниками путем сочетания разных вариантов указанного типа проблемной ситуации, а также разного числа таких ситуаций была разработана серия следующих задач:

1. Определить, через какие два домика можно попасть из G1 в M2? (G1 — — — ? — — — ? — — — M2?).

2. Определить, через какие два домика можно попасть из B2 в C1? (B2 — — — ? — — — ? — — — C1?).

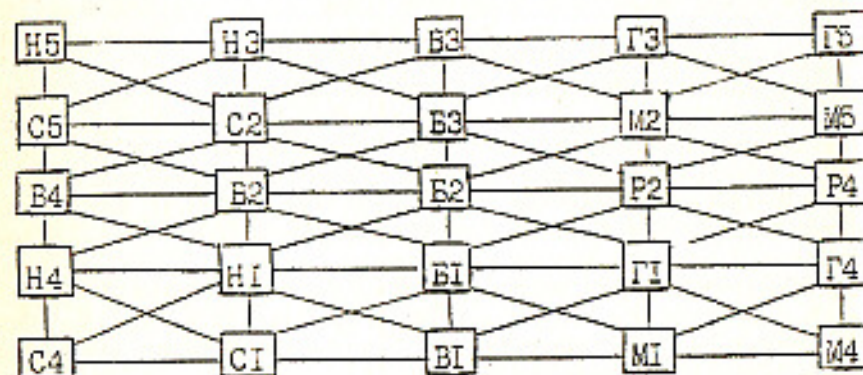
3. Определить, через какие два домика можно попасть из P2 в G3? (P2 — — — ? — — — ? — — — G3?).

4. Определить, через какие два домика можно попасть из Н1 в С2? (Н1 — — — ? — — — ? — — — С2?)

5. Определить, через какие два домика можно попасть из Р2 в М1? (Р2 — — — ? — — — ? — — — М1?)

6. Определить, через какие два домика можно попасть из В2 в Н3? (В2 — — — ? — — — ? — — — Н3?)

Для решения этих задач служило такое игровое поле:



Следует отметить, что в соответствии с содержательными требованиями соответствия методики объекту исследования все указанные шесть задач методики «почтальон» относятся объективно к одному классу. Основой для построения и решения этих задач выступает отношение начального и конечного пунктов перемещения: эти пункты в любой задаче лежат на одной вертикальной или горизонтальной линиях. В то же время условия всех задач внешне различны: перемещения производятся в разных (пространственно) направлениях, а также из разных пунктов.

Вместе с тем, обсуждая природу предложенных проблемных ситуаций более детально, следует отметить, что данные шесть задач представляют лишь один из подклассов указанного класса задач. Это вытекает из того, что в основе их построения и решения лежит не только отношение начального и конечного пунктов движения почтальона, но и (что, собственно говоря, и создает проблемность этой ситуации) отношение расстояния между начальным и конечным пунктами к числу отдельных перемещений (ходов) почтальона между домиками.

Как показали наблюдения, определение отношения расстояния начального и конечного пунктов движения почтальона к числу требуемых ходов позволяет детям обнаружить типичность маршрута перемещения почтальона в каждой задаче: первые два хода почтальон движется по сторонам квадрата, а третий — по диагонали. Это определение отношения было характерно для детей, которые успешно и относительно быстро решили все шесть задач.

На этом свидетельствуют высказывания детей, в которых постоянно присутствовал просчет совершаемых (при планировании решения) ходов. (Следует подчеркнуть, что дети решали задачи, глядя на игровое поле, которое было изображено на специальном плакате, укрепленном на стене комнаты).

Эту группу детей как по результативным (успешное и относительно быстрое решение всех задач), так и по процессуальным характеристикам их мышления (рассмотрение отношения расстояния между начальным и конечным пунктами и числа требуемых ходов, планирование всех ходов вместе, сравнение разных вариантов маршрутов — успешного и неуспешного, выделение типичной формы маршрута с помощью характерного движения рукой) можно было бы назвать, по нашему мнению, квалифицировать как детей, решавших предложенную серию задач с помощью теоретического анализа и проявивших понимание существенных отношений. А остальных школьников можно квалифицировать, как решавших задачи эмпирически, т. е. как самостоятельные и отдельные задачи, через пробы и ошибки.

Наблюдения за детьми, отнесенными нами к последней группе, показали, что для их процесса поиска маршрута характерны следующие моменты: выполнение ходов (перемещений почтальона), запрещенных правилами, но в этом случае задачу удавалось решить за требуемое число ходов; или наоборот, выполнение ходов по правилам, но тогда задача решалась за большее, чем нужно, число ходов; ряд детей одни задачи решали верно, а другие неверно: не в силах отказаться от маршрута, который хотя и приводил к цели, но был длиннее, чем требовалось.

Дети последней группы в течение 45 минут либо решали все задачи, но часть из них неправильно, либо решали правильно, но не более трех-четырех из шести.

В результате опытов было обнаружено, что понимание существенных отношений в содержании предложенных задач обнаружили приблизительно треть учеников.

Иное соотношение между детьми, обнаружившими разное понимание содержания задач, иные различия в мышлении второклассников были проявлены при решении ими ряда логических задач.

Известно, что словесно-логическое мышление есть мыслительная деятельность, связанная «с использованием понятий, логических конструкций, существующих, функционирующих на базе языка, языковых средств» (Тихомиров О. К., 1984. С. 8). В ходе такого мышления человек переходит от одного суждения к другому, соотносит их, опосредствуя содержание одних суждений содержанием других, т. е. рассуждает, делает выводы, совершает умозаключения. Как отмечал С. Л. Рубинштейн, «в умозаключении... знание добывается опосредствованно через знание, без новых заимствований в каждом отдельном случае из непосредственного опыта» (Рубинштейн С. Л., 1940. — С. 302).

При подборе задач мы исходили из того, что теоретически validными по отношению к изучению словесно-логического мышления являются не только задачи, требующие индуктивного (от единичного к общему) или дедуктивного (от общего к единичному) умозаключения, но и задачи, в ходе решения которых осуществляется традитивное умозаключение (от единичного к единичному или от общего к общему), «в котором посылки и заключения являются суждениями одинаковой общности» (Кондаков Н. И. 1971. — С. 542).

В частности, традитивное умозаключение имеет место при решении логических задач, в которых по отсутствию или присутствию одного из двух возможных признаков у одного из двух рассуждаемых объектов с необходимостью следует вывод о соответствии, присутствии или отсутствии этого признака у другого объекта. Например, если известно, что квадрат и треугольник рисовали разным цветом (одну фигуру красным, а другую синим) и что квадрат не рисовали синим цветом, то с необходимостью следует, что его рисовали красным цветом, а треугольник — синим.

На основе этого типа традитивных умозаключений была построена методика, включающая шесть задач, например:

1. Петя и Миша рассматривали картинки. Один мальчик рассматривал картинки в журнале, а другой в книжке. Где рассматривал картинки Миша, если Петя не рассматривал картинки в журнале?

2. Катя и Нина вязали. Одна девочка вязала шарф, а другая вязала варежки. Что вязала Катя, если Нина не вязала шарф?

3. Коля, Ваня и Сережа читали книжки. Один мальчик читал о путешествиях, другой о войне, третий о спорте. Кто о чем читал, если Коля не читал о войне и о спорте, а Ваня не читал о спорте?

4. Зина, Лиза и Лариса вышивали. Одна девочка вышивала листочки, другая птичек, третья цветочки. Кто что вышивал, если Лиза не вышивала листочки и птичек, а Зина не вышивала листочки?

5. Студенты Авдеев, Борисов, Владимиров и Григорьев сажали плодовые деревья. Кто-то из них сажал яблони, кто-то груши, кто-то сливы, кто-то вишни. Что сажал каждый студент, если Авдеев не сажал сливы, яблони и груши, Борисов не сажал груши и яблони, а Владимиров не сажал яблони?

6. Пионерки Васильева, Гордеева, Семенова и Елкина занимались спортом. Кто-то из них играл в волейбол, кто-то плавал, кто-то бегал, кто-то играл в шахматы. Каким спортом увлекалась каждая девочка, если Гордеева не играла в волейбол, в шахматы и не бегала, Васильева не бегала и не играла в шахматы, а Елкина не бегала?

Эти шесть задач имеют три степени сложности. Задачи 1 и 2 — самые простые: для их решения достаточно оперировать одним суждением. Задачи 3 и 4 — второй степени сложности, поскольку

при их решении необходимо соопоставить два суждения. Задачи 5 и 6 — самые сложные, так как для их решения нужно соопоставить три суждения.

В ходе экспериментов было выделено 4 группы детей. В первую группу вошли дети, не решившие ни одной задачи. Наблюдения за их поведением показали, что дети не в состоянии понять идентичность суждений типа «А не есть В» и «А есть В», если А есть либо В, либо В. При формировании понимания эквивалентности этих суждений эффективным оказался прием, связанный с представлением детям текстового оформления ситуации, где имеется безусловная необходимость выбора одной из двух возможностей, т. е. когда не выбор одной возможности автоматически означает выбор другой. После освоения выбора в такого рода ситуациях дети успешно решали простые задачи 1 и 2.

Во вторую группу вошли дети, справившиеся с самыми простыми задачами (1 и 2), но не решившие остальных задач. Анализ их решения показал, что дети, устанавливая эквивалентность суждений при выборе на наглядные представления, опираются на те ситуации, которые содержатся в описании условий задачи. Вслед за С. Л. Рубинштейном, этот способ можно считать характерным для «ситуативного» мышления (Рубинштейн С. Л., 1940. С. 319—330).

При столкновении с более сложными задачами 3 и 4 отмеченной группе становится трудно удержать во внутреннем плане, в представлении все обстоятельства, указанные в тексте, и они путаются, поскольку не пытаются рассудить, а стремятся увидеть, представить правильный ответ. Индивидуальная работа с детьми этой группы показала эффективность двух приемов. Во-первых, как и предполагалось, хорошо обеспечивалось успешное решение задач 3 и 4 в том случае, если дети могли оперировать реальными, несущественными предметами, например деревянными кубиками. Но при этом, как оказалось, используемые предметы должны отличаться друг от друга, т. е. не будет эффекта, если давать ребенку три одинаковых кубика, или три одинаковых скрепки. Необходимо, чтобы используемые предметы различались либо по цвету, либо по величине.

Во-вторых, хорошую помощь оказывал и прием, связанный с обобщением решения самых простых задач. Для этого детям предлагалось решать простые задачи, сформулированные в достаточно отвлеченной, по сравнению с оригинальным текстом, форме, например: «А и Б взяли В и Г. Кто-то взял В, а кто-то Г. Кто что взял, если Б не взял Г?» После того, как дети стали легко решать задачи такого вида, они стали справляться и с задачами 3 и 4.

В третью группу вошли дети, решившие задачи средней сложности (3 и 4), но не справившиеся с задачами 5 и 6. По характеру решения этими детьми задач 3 и 4 можно было судить о том, что они формально расчленяют условия, выделяя отдельные суж-

дений и производя их соотношение. При этом школьники не выделяли самого принципа рассуждения, закономерного характера его развертывания. Каждая из этой пары задач решалась ими как отдельная и самостоятельная, т. е. эмпирически.

При решении задач типа 5 и 6 можно было заметить, что без знания принципа развертывания умозаключения им не удается удержать все нужные суждения и соотнести их в мысленном плане, и рассуждение оказывается неверным: дети либо повторно приписывают один и тот же признак разным объектам, либо не приписывают его ни одному объекту вообще.

При формировании у этих детей навыков успешного решения задач 5 и 6 эффективным оказался прием, связанный с графическим изображением решения задач 3 и 4. Лишь после уяснения материала графического отражения структуры хода рассуждения, дети вскрыли общий принцип построения и решения задач предложенного типа и стали успешно справляться с другими, равными по сложности задачами 5 и 6, а также правильно решали и более сложные задачи, в частности, с пятью персонажами и пятью предметами в ситуации, служащей полем для труднотворного умозаключения.

В четвертую группу вошли дети, успешно решившие все задачи. Анализ способа решения ими предложенных задач позволяет охарактеризовать этот способ как теоретический. В частности, все они вскрывали общий принцип построения и решения данных задач, проявляли понимание существенных отношений, а также самостоятельно смогли, используя выделенный принцип, решить и задачи повышенной сложности с большим числом персонажей и объектов, соотносящимися со знакомыми персонажами.

Таким образом, в ходе исследования были охарактеризованы способы решения логических задач, связанных с выполнением труднотворных умозаключений: а) способ, который не позволяет детям установить эквивалентность пары дополняющих суждений, — «безусловный»; б) способ, на основе которого не решаются задачи на соотношение двух суждений, — «ситуативный»; в) способ, не связанный с пониманием существенных отношений и поэтому не позволяющий решать самые сложные задачи, — «эмпирический»; г) способ опирающийся на понимание существенных отношений и поэтому обеспечивающий решение любых задач, — «теоретический».

Наряду с этим в ходе экспериментов были разработаны приемы, позволяющие совершенствовать отмеченные способы: 1) перевод условной ситуации в безусловную; 2) организация внешних опор определенного вида; 3) решение простых задач в отвлеченной форме; 4) графическое изображение хода рассуждения.

Анализ результатов решения этих задач показал, что четвертая группа составила приблизительно четверть всех детей. Аналогичные данные были получены нами и в двух исследованиях, где второклассники решали словесно-логические задачи.

В первом из них экспериментатор сначала сообщал детям правило, в котором зафиксирован единичный случай взаимодействия предметов, а затем предлагал другие подобные ситуации в качестве материала для вывода о характере их взаимодействия.

Например, детям сначала говорилось: «Если на лист простой бумаги синего цвета положить лист копировальной бумаги красного цвета и провести по ней линию карандашом желтого цвета, то на листе простой (некопировальной) бумаги синего цвета окажется линия красного цвета».

Затем им предлагалось определить, какого цвета линия будет на простой бумаге после проведения карандашом линии по копировальной бумаге, если:

- 1) бумага (некопировальная) желтого цвета, на ней сверху копировальная бумага синего цвета, карандаш зеленый?
- 2) бумага зеленая, копирка сверху синяя, карандаш синий?
- 3) бумага красная, копирка красная, карандаш желтый?
- 4) бумага коричневая, копирка желтая, карандаш коричневый?
- 5) бумага синяя, копирка желтая, вторая копирка (которую положили сверху на первую) красная, карандаш красный?
- 6) бумага желтая, первая копирка синяя, вторая желтая, карандаш желтый?
- 7) бумага зеленая, первая копирка зеленая, вторая красная, карандаш красный?
- 8) бумага красная, первая копирка зеленая, вторая красная, карандаш красный?
- 9) бумага синяя, первая копирка синяя, вторая красная, карандаш зеленый?
- 10) бумага желтая, первая копирка синяя, вторая красная, третья копирка красная, карандаш красный?
- 11) бумага голубая, первая копирка желтая, вторая коричневая, третья красная, карандаш красный?
- 12) бумага коричневая, первая копирка голубая, вторая розовая, третья зеленая, карандаш желтый?
- 13) бумага синяя, первая копирка желтая, вторая красная, третья зеленая, карандаш синий?
- 14) бумага желтая, первая копирка желтая, вторая золотистая, третья золотистая, карандаш золотистый?
- 15) бумага клмы, первая копирка тргш, вторая крпв, третья крпв, карандаш крпв?
- 16) бумага глвт, первая копирка нншш, вторая копирка ллпг, третья копирка аани, карандаш ррвтс?

В первой части задания предлагается в виде правила пример решения задачи, где существенное отношение (идентичность цвета копировальной бумаги и цвета оттиска в силу того, что цвет оттиска произведен от цвета копировальной бумаги) замаскировано конкретными сведениями о цвете простой и копировальной бумаги и карандаша. Во второй части предлагается 16 задач, связан-

ных с определением цвета оттиска (линии), который получается на листе цветной бумаги, лежащем под листом цветной копировальной бумаги. В основе решения лежит отношение цвета оттиска к цвету копировальной бумаги.

По трудности (замаскированности существенного отношения несущественными особенностями в условии) задачи делятся так: 1—4 — самые легкие; 5—9 — более трудные (две цветные копирки, что позволяет спровоцировать человека, тяготеющего к эмпирическому решению проблем, на смешение их цветов при определении цвета оттиска); 10—14 — условно третьей степени трудности (три цветных копирки); 15—16 — самые трудные (в них вместо обычных слов, обозначающих цвет карандашей, листов простой и копировальной бумаги, употребляются искусственные слова — бессмысленные сочетания букв). Последние две задачи нельзя решить, опираясь на непосредственно наблюдаемые особенности их условий. Успех возможен лишь при полноценном анализе данного в начале примера (правила) решения задачи предложенного типа.

Предварительно, до решения задачи, детям демонстрировался один случай. На лист простой неkopировальной бумаги белого цвета накладывался лист черной копировальной бумаги и сверху по ней черным карандашом проводилась линия. Затем копірку снимали, и дети видели черную линию на белой бумаге. Эта демонстрация необходима, чтобы дети, не знакомые с особенностями копирки, могли понять смысл правила и содержания предлагаемых вопросов.

В ходе опытов было обнаружено разное понимание детьми содержания предложенных задач: как не связанное с углубленным рассмотрением и исследованием их условий, так и опирающееся на анализ, выделение сути. Так, если ребенок все задачи решил неверно, то это свидетельствует о том, что он не произвел анализ правила. Он не смог выделить отношение цвета оттиска и цвета копирки как самое главное из всех остальных возможных отношений (цвета карандаша и цвета копирки, или цвета карандаша и цвета оттиска, или цвета копирки и цвета простой бумаги и т. п.). Иначе говоря, факт совпадения цвета оттиска и цвета копирки, представленный в правиле, был воспринят ребенком как равноценный другим фактам.

Некоторые дети, справившись с первыми четырьмя задачами, остальные решают неверно. Они смешивают цвета копирок в один и считают, что такого цвета должен получиться оттиск. Как выяснилось из бесед, ряд детей этой группы не вполне ясно представляет себе, что вторая копірка переводит свой цвет на первую копірку, а не прямо на простую бумагу. Другие дети, решая задачи, вообще никак мысленно не воспроизводят то, о чем говорится в условиях задач.

Бывают и такие случаи, когда при успешном решении всех задач последние две решаются неверно. (Надо сказать, что в при-

иная успешное решение задач с двумя копірками предполагает успешное решение и задач с тремя копірками). В этих случаях дети теряли ориентацию в условиях задач; им было все равно, какие из бессмысленных слов писать в ответе. Опираясь этими словами, дети не могли представить в уме события, описанные в условии задачи. Не зная, какого цвета листы бумаги воображать, они не могли представить никакого.

Для решения подобных задач требовалось провести дальнейший анализ условий задачи — правила и, выделив существенное отношение, совсем абстрагироваться от значений конкретных цветов, заместить последние условными буквосочетаниями или знаками.

Вполне понятно, что для детей, которые дополнительного анализа условий выполнить не смогли, эти две задачи были очень трудными. В то же время школьникам, углубившим свой анализ, их решение не составило никакого труда: ответ они писали обычно сразу, как только прочитывали цвет первой копирки.

О детях, решивших все задачи правильно, можно сказать, таким образом, что они овладели действием анализа достаточно хорошо.

Во втором из названных исследований ученики решали логические задачи, условно названные «возраст». Каждому второкласснику предлагались следующие 18 задач:

1. Через 5 лет Боре будет столько же лет, сколько Маше сейчас. Кто младше?
2. Через 6 лет Диме будет столько же лет, сколько Свете сейчас. Кто старше?
3. Через 5 лет Коле будет на 3 года больше, чем Ире сейчас. Кто младше?
4. Через 8 лет Боре будет на 4 года больше, чем Диме сейчас. Кто старше?
5. Через 6 лет Ларисе будет на 9 лет больше, чем Соне сейчас. Кто младше?
6. Через 3 года Гале будет на 6 лет больше, чем Валере сейчас. Кто старше?
7. Через 5 лет Вове будет на 5 лет меньше, чем Семену через 7 лет. Кто младше?
8. Через 16 лет Ване будет на 16 лет меньше, чем Славе через 18 лет. Кто старше?
9. Через 2 года Коле будет на 2 года меньше, чем Ване через 5 лет. Кто младше?
10. Через 1 год Саше будет на 1 год меньше, чем Нине через 5 года. Кто старше?
11. Через 8 лет Люде будет на 7 лет меньше, чем Кате через 10 лет. Кто младше?
12. Через 11 лет Наташе будет на 10 лет меньше, чем Нине через 13 лет. Кто старше?

13. Через 2 года Свете будет на 1 год меньше, чем Тане через 4 года. Кто младше?

14. Через 4 года Вале будет на 2 года меньше, чем Вере через 7 лет. Кто старше?

15. Через 7 лет Любе будет на 8 лет меньше, чем Мише через 89 лет. Кто младше?

16. Через 7 лет Косте будет на 9 лет меньше, чем Юре через 10 лет. Кто старше?

17. Через 1 год Наташе на 2 года меньше, чем Вите через 4 года. Кто младше?

18. Через 2 года Коле будет на 3 года меньше, чем Вове через 6 лет. Кто старше?

По трудности (по замаскированности существенных отношений) задачи можно разделить на три группы: 1) 1—2 задачи; 2) 3—6; 3) 7—18.

В первой группе, вводной, задачи самые легкие, они направлены на выяснение наличия у детей ориентации в возрастных отношениях (здесь сопоставляются две возрастные стадии, будущее и настоящее, и дано всего одно число).

Во второй и третьей группах сопоставляются те же две возрастные стадии, но даны уже соответственно 2 или 3 числа разной величины. Причем в этих группах для того, чтобы ответить на вопрос, нужно обязательно сопоставить числа, приведенные в условии. Можно заметить, что если первое число или сумма двух первых чисел больше последнего, то первый объект младше второго, и, наоборот, если первое число или сумма двух первых чисел меньше последнего, то первый объект старше второго. Назовем задачи с первой зависимостью «прямыми», а со второй — «обратными».

Чтобы более четко была видна сформированность теоретического подхода к разрешению проблемных ситуаций, построенных на основе единого исходного отношения объектов, «прямые» и «обратные» задачи чередовались между собой.

На примере выполнения заданий детьми попытаемся охарактеризовать те действия, посредством которых осуществляются теоретический и эмпирический способы решения.

В результате наблюдений за действиями детей удалось выделить две группы. Охарактеризуем эти группы.

Для первой группы детей важно было, чтобы условие задачи было всегда перед ними. При выполнении решения задачи дети концентрировали свое внимание на числах. Так как возраст в задачах не был дан, дети выражали его сами конкретными числами и, исходя из них, начинали вычислять возраст объектов и находить разницу между ними.

Первые две задачи решались практически всеми детьми.

Причем, объясняли они их примерно так: «Когда Боре будет 4 года, Маше будет 9 лет. Когда Боре будет 5 лет, Маше будет 10 лет; когда Боре 6 лет, Маше будет 11 лет».

Когда же начинались задачи с двумя-тремя числами и дети этой группы применяли здесь свои вычисления, то, решив правильно на первые две задачи второй группы (прямые), они переносили принципы решения и на следующие задачи («обратные»), не изменяя его. Например, правильно решив задачи № 3 и № 4 (Коля младше на 2 года и Дима старше на 4 года) и перенеся такое же соотношение на следующие две задачи («обратные»), они получали неправильный ответ («Лариса младше на 3 года и Валера старше на 3 года»).

То же самое и в задачах с тремя числами. Решив правильно задачи № 7 и № 8 («прямые»), дети этой группы не справлялись с задачами № 9 и № 10 («обратные»). В некоторых случаях дело даже доходило до казуса. Например, в задаче № 13 несколько ребят написали: «Света младше. Она еще не родилась». Применяя свой необобщенный принцип решения ко всем типам задач, они получают лишь часть правильных ответов, где подходит данный конкретный принцип.

Когда им задавали вопросы: «Разные эти задачи или одинаковые по трудности? — ученики говорили: «Одинаковые» (относительно задач какого-либо одного типа). Но при переходе к другим задачам, с другим соотношением чисел или с двухзначными числами, они отмечали: «Следующая труднее». Можно было еще заметить, что многие дети этой группы часто указывали на ошибки и опечатки в листах. Это лишний раз отвлекало их от задания, рассеивало внимание, в их объяснениях сквозила некоторая неуверенность, они часто спрашивали о правильности ответа, сами себе порой отвечая — «наверное, неправильно».

Ученики второй группы, уяснив смысл задачи, больше не смотрели в текст (можно сказать, что их не интересовали числа), а, подумав немного, писали ответ.

Объясняя ход решения задачи, они рассуждали следующим образом: «Если только через столько-то лет Боре будет столько же, сколько Маше уже сейчас, то сейчас Боря тем более младше». (Это при объяснении первой группы задач. Здесь никто из детей не применил числа).

«Если даже через 5 лет Коле будет всего на 3 года больше, чем Ире сейчас, то, конечно, Коля младше» (при объяснении «прямых» задач второй группы). «Если через 6 лет Ларисе будет на целых 9 лет больше, чем Соне сейчас, то, конечно, Лариса сейчас старше» (при объяснении «обратных» задач второй группы).

Объясняя задачи третьей группы (с тремя числами), они также интонационно выделяли соотношение возрастов, применяя при этом добавочные слова — «даже», «только», «целых», «тем более». Например, в задаче № 14 («обратной») дети говорили: «Если через 4 года Вале будет только на 2 года меньше, чем Вере через целых 7 лет, то сейчас старше, конечно, Валя». А в задаче № 15 («прямой») рассуждали следующим образом: «Если даже

через 7 лет Любе будет на целых 8 лет меньше, чем Мише через 8 лет, то Люба сейчас младше».

В результате школьники этой группы решали почти все задачи правильно. При их сравнении по трудности они отвечали: «Одинаковые» (относительно задач какого-либо одного типа). А при переходе к другим задачам говорили: «Эти задачи такие же, но нужно подольше подумать».

Когда экспериментатор спрашивал: «Какая задача показалась самой трудной?», то дети обычно недоуменно пожимали плечами и отвечали, что такой нет.

Интересно отметить, что они выполняли задание, не обращая внимания на опечатки, ход решения задач объясняли с удовольствием; уверенно.

Рассматривая отмеченные особенности действий, можно сказать, что дети первой группы решали задачи в соответствии с эмпирическим способом познания. Их внимание концентрировалось на том, что само бросалось в глаза — на числовых данных. Они начинали оперировать числами, высчитывать возраст, разницу в возрасте. Тем самым попадали под власть непосредственно наблюдаемых второстепенных условий задачи.

При столкновении с несколькими задачами одного типа дети постоянно ориентировались на внешние особенности условий. Они не сравнивали их, не выясняли общий принцип решения, а каждую новую пару воспринимали как новую.

Способ решения задач детьми другой группы был иным. Они в отличие от «эмпириков» выделяли из общего условия соотношение чисел: это выявлялось в их устном высказывании и в общем письменном ответе, где при переходе от «прямых» к «обратным» задачам и наоборот они делали намного меньше ошибок. Можно сказать, что объективно школьники этой группы нашли обобщенный принцип решения (при объяснении они всегда проводили рассуждения в общем виде, даже если и употребляли при этом числовые данные, интонационно выделяя соотношение возрастов, помогая при этом себе дополнительными словами).

Беседы с ними показали, что они понимали смысл своего рассуждения, логику своего пути. Условие каждой задачи воспринимали как систему зависимых друг от друга фактов.

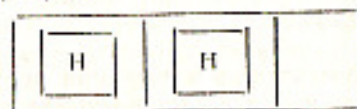
Отмеченные особенности включают соответствующие характеристики и приемы теоретического способа познания.

Итак, отмеченные выше исследования показали, что различия в понимании содержания задач у младших школьников, в частности у второклассников, действительно связаны с характером задач. Выяснилось, в частности, что при решении лабиринтных задач «почтальон», наглядно-образного плана, группа детей, вскрывающих существенные отношения в содержании, больше, чем аналогичная группа, решающая словесно-логические задачи.

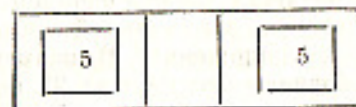
Вопрос о том, как связаны различия в понимании содержания задач с возрастом младших школьников, точнее, с количеством

лет обучения в начальной школе, решался нами также в ряде исследований с контингентом учеников I, II, III классов.

Так, в одном исследовании дети на карточках решали задачи наглядно-действенного плана, условно названные «буквы — цифры». Вначале ребенку предлагалось решить две тренировочные задачи, на материале которых он усваивал формальное правило перемещения карточек в предлагаемых заданиях. Сначала ребенку давали лист бумаги, на котором была начерчена полоса из трех равных квадратных клеток. Ему предлагалось затем разместить в них две карточки с одинаковыми буквами таким образом, например, (Н), (Н), (...):



После этого ему давали другой лист бумаги, на котором были нарисованы (как и на первом) три клетки в ряд. В них были изображены две цифры: (5), (...), (5):



Глядя на цифры, которые выполняли роль образца, ребенок должен разместить карточки с буквами в тех же клетках, что и цифры. При этом ему говорили, что одно перемещение карточки в свободную клетку составляет одно действие, один ход.

Необходимо сказать, что в этих задачах в начальном расположении и в требуемом используются разные объекты и знаки. Это принципиально отличает данные задачи от всех других исследовательских вариантов головоломки «Игра в 15», поскольку в них используются в начальном и требуемом расположениях одни и те же объекты, только занимающие относительно разные места (см., например, задачи «Игры в 3», помещенные в данной главе).

Далее ребенку предлагалось решить другую тренировочную задачу. В ней за один ход требовалось расставить карточки с буквами (Г) (Г) (...) так же, как цифры на образце: (...) (7) (7). При этом напоминалось, что в свободную клетку можно перемещать карточку, располагающуюся как в соседней клетке, так и через одну.

После выполнения этих заданий нужно было таким же образом решить шесть основных задач, с возрастающим числом знаков в условиях, например:

1. Расставить карточки с буквами (С) (С) (Т) (...) так, чтобы одинаковые буквы занимали такие же места, как одинаковые цифры: (...) (2) (4) (4) за три хода;

2. Расставить карточки с буквами (...) (Р) (М) (М) так, чтобы одинаковые буквы занимали те же места, что и одинаковые цифры: (1) (1) (3) (...) за три хода;

3. Расставить карточки с буквами (П) (П) (П) (К) (...) за три хода, как (...) (7) (8) (8) (8);

4. Расставить (...) (Н) (Д) (Д) (Д) за три хода, как (6) (6) (6) (...);

5. Расставить (В) (В) (В) (В) (Л) (...) за три хода, как (...) (5) (9) (9) (9) (9);

6. Расставить (...) (Б) (Ш) (Ш) (Ш) (Ш) за три хода, как (4) (4) (4) (4) (7) (...).

Исходным для построения и решения всех этих задач отношением выступало то, что в обеих позициях карточек, данных в условиях каждой задачи, неповторяющаяся карточка (неповторяющийся элемент) занимала в одном расположении такое же функциональное место, что и в другом, т. е. рядом со свободной клеткой. Это отношение и лежало в основе общего способа решения всех задач, который включал такие операции: 1) перемещение в свободную клетку карточки, занимающей место неповторяющейся цифры в требуемом расположении; 2) перемещение неповторяющейся цифры в освободившуюся клетку; 3) перемещение в освободившуюся клетку карточки, занимающей место свободной клетки в требуемом расположении.

Отмеченное отношение объектов оформлялось в задачах в нескольких вариантах: разными буквами и цифрами; неодинаковым числом букв и цифр; различно ориентированными в пространстве перестановками карточек: в нечетных задачах карточки переставлялись в основном слева направо, а в четных — справа налево.

По особенностям решения этих шести задач можно было сказать, что все дети, участвовавшие в наших экспериментах, действовали либо эмпирически, либо теоретически. В первом случае каждая последующая задача решалась как совершенно новая, самостоятельная, никак не связанная с предыдущей. Так, часть школьников не смогла правильно решить за три хода все задачи, чаще всего это были две последние. Их ошибка состояла в том, что они сначала переставляли не ту карточку, которую требовалось переместить для решения задачи в три (а не четыре или пять) хода.

Другая часть детей этой группы смогла правильно решить все задачи, но при этом в каждой заново разворачивался поиск правильных ходов, нужные перестановки находились не сразу, а лишь после ряда пробных и часто ошибочных перемещений. Кроме того, у этой части детей отсутствовал общий план решения всей задачи. Каждый ход вырабатывался отдельно, без связи с остальными, в частности это особенно ярко проявлялось при реализации первого и второго ходов.

Для решения «теоретиков» было характерно то, что поисково-пробовая активность разворачивалась у них, как правило, при решении первой пары задач. Достаточно отчетливо можно было видеть, что они выполняли либо с помощью незавершенных перемещений (особенно это было характерно для первоклассников), либо мысленно сразу все три хода задачи. Только после такого примеривания они реализовывали найденные ходы, как серию исполнительных действий, как относительно слитный, непрерывный ряд перестановок карточек.

В этом исследовании мы решали вопрос о том, как изменяется распределение детей указанных двух групп по мере обучения в начальной школе. В нем участвовали 41 первоклассник, 38 второклассников и 37 третьеклассников. Обработка результатов показала, что вторая группа учеников с каждым годом возрастает: в первом классе эта группа составляет 24,3%, во втором — 52,6%, в третьем — 70,3%. Соответственно уменьшается первая группа («эмпириков»). Следовательно, различия в понимании содержания комбинаторных задач, которые предлагается решать в наглядно-действенном плане, оказались связанными с тем, сколько лет дети обучаются в начальной школе — один год, два или три.

В другом исследовании, посвященном изучению связи изменений соотношений между группами детей, по-разному понимающих содержание задач (т. е. обобщенно или необобщенно), с количеством лет обучения в школе, также предлагалось решать комбинаторные задачи. Они разработаны на основе известной головоломки «игра в 15», но в наглядно-образном плане, и назывались «игра в 3» (по аналогии с задачами «игры в 5», построенными известным советским психологом В. Н. Пушкиным, 1965).

Сначала детям сообщались формальные правила решения на материале простой задачи в два действия, например:

$$\begin{array}{ccc} \text{В} & \text{К} & \\ \hline & \text{С} & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \text{В} & & \\ \hline & \text{С} & \text{К} \end{array}$$

Детям объясняли, что буквы, расположенные слева, образуют начальное расположение в задаче, а те же буквы, находящиеся справа, — их конечную, требуемую позицию, которая получается, если сделать два перемещения.

При этом отмечалось, что за один ход принимается одно перемещение любой буквы на свободное место; остальные две буквы должны оставаться на своих местах. Специально подчеркивалось, что перемещение буквы производится мысленно, «в уме», — как сложение и вычитание двух чисел, а результат его записывается. При записи очередного хода нужно мысленно переставленную букву записать на соседнее с ней свободное место, а остальные две повторить на прежних местах.

В этой задаче первым ходом целесообразно переместить букву «С», поскольку в требуемом расположении она занимает ниж-

ний правый угол квадрата, а остальные переписываются; следующим ходом (мысленно) в требуемое положение можно поставить букву «К». Но этот ход никак не фиксируется, поскольку его результат уже дан в виде требуемого расположения. Таким образом, решение этой задачи выглядит так:

$$\begin{array}{ccc} \text{В К} & \text{В К} & \text{В} \\ \text{С} & \text{С} & \text{С К} \end{array}$$

Затем детям предлагалось решить 8 задач «Игры в 3»: две тренировочных и шесть основных.

Тренировочные задачи

1) $\begin{array}{ccc} \text{П Р} & & \text{П} \\ & \text{К} & \text{К Р} \end{array}$

2) $\begin{array}{ccc} \text{Н Т} & & \text{Т} \\ \text{В} & & \text{Н В} \end{array}$

Основные задачи

1) $\begin{array}{cc} \text{К Н} \\ \text{П} \end{array}$	_____	_____	_____	$\begin{array}{cc} \text{П К} \\ \text{Н} \end{array}$
2) $\begin{array}{cc} \text{В С} \\ \text{Т} \end{array}$	_____	_____	_____	$\begin{array}{cc} \text{С Т} \\ \text{В} \end{array}$
3) $\begin{array}{cc} \text{Б} \\ \text{Ш Ф} \end{array}$	_____	_____	_____	$\begin{array}{cc} \text{Ш} \\ \text{Ф Б} \end{array}$
4) $\begin{array}{cc} \text{Д} \\ \text{П М} \end{array}$	_____	_____	_____	$\begin{array}{cc} \text{М} \\ \text{Д П} \end{array}$
5) $\begin{array}{cc} \text{Г Р} \\ \text{Д} \end{array}$	_____	_____	_____	$\begin{array}{cc} \text{Д Г} \\ \text{Р} \end{array}$
6) $\begin{array}{cc} \text{Ж Н} \\ \text{С} \end{array}$	_____	_____	_____	$\begin{array}{cc} \text{Н С} \\ \text{Ж} \end{array}$

Нужно отметить, что шесть основных задач относятся объективно к одному классу задач, в основе построения и решения которого лежит исходное отношение мест букв в начальном и требуемом расположении. Дело в том, что две буквы, стоящие сначала по диагонали (т. е. на местах, соседних со свободной клеткой), потом закономерным образом изменяют свое положение: одна из этих букв становится на место другой (т. е. по диагонали от своего первоначального места), а та занимает место, соседнее с тем, которое первая буква занимала вначале.

Исходя из этих отношений, формируется общий способ, состоящий из четырех операций. Во-первых, нужно переместить в свободную клетку ту букву, которая в требуемом расположении занимает место, находящееся по диагонали от той клетки, в которой эта буква находится первоначально; во-вторых, перенести на свободное место букву, которая была соседней по отношению к первой перемещенной букве; в-третьих, переставить третью из данных букв на свободное место; в-четвертых, первая буква должна с помощью еще одного ее мысленного перенесения попасть в место, которое требуется по условию задачи.

Эксперименты позволили выделить процессуальные моменты, характерные для эмпирического и теоретического решения этих шести основных задач. В первом случае дети обычно исходили из того, насколько буквы в начальном расположении далеки от тех клеток, которые они должны занять. Как можно было наблюдать, они не разворачивали поисково-опробующей активности, которая обеспечила бы им устойчиво правильное решение. Обычно сразу, без особых размышлений перемещали какую-нибудь из двух букв, находящихся рядом со свободной клеткой, в эту свободную клетку. И затем уже действовали, как бы по инерции, перемещая последующие буквы по очереди в свободные клетки.

В результате такого подхода эти школьники либо все решали неверно, т. е. не успевали за четыре хода правильно расставить буквы, либо получали один-два правильных ответа: если первый ход был сделан случайно верной буквой в свободную клетку.

Иначе решали эти же задачи «теоретики». Наблюдая за их рассуждением, можно было отметить развернутую поисково-опробующую активность, связанную с выбором первого хода. Они ориентировались при поиске первого хода не только на одну букву, но и старались установить, какое место займет вторая буква в результате того или иного перемещения. Иначе говоря, они ориентировались на целостное образование, включающее две-три буквы, а не на отдельные элементы условий задачи, как «эмпирики». Лишь убедившись, что первый ход выбран верно, «теоретики» приступали к записи решения, уже не разворачивая поиска впоследствии.

Надо также отметить, что такая развернутая ориентация в условиях задач была у них лишь на материале первой, реже и второй задачи. В дальнейшем первый ход обычно выделялся сразу правильно.

В этом исследовании участвовали учащиеся, проучившиеся в школе один, два и три года. Данные, полученные в итоге обработки результатов, показывают, что после одного года обучения «теоретиков» стало 21,2% — одна пятая, после двух лет — одна треть и после трех лет — приблизительно половина.

Это исследование показало, что при решении комбинаторных задач в наглядно-образном плане различия в понимании содержания задач с возрастом изменяются.

Еще в одном исследовании ученики начальных классов решали словесно-логические задачи, условно названные «разное — одинаковое».

1. Два мальчика играли на гитаре, а один на балалайке. На чем играл Юра, если Миша с Петей и Петя с Юрой играли на разных инструментах?

2. Три девочки нарисовали двух собак и одну кошку, каждая по одному животному. Что нарисовала Лена, если Катя с Леной и Маша с Леной нарисовали разных животных?

3. Четверо друзей проводили свободное время по-разному: один читал книгу, другой слушал радио, двое смотрели телевизор. Как пропел свободное время Игорь, если Витя читал книгу, а Дима с Игорем и Лена с Димой проводили свободное время по-разному?

4. Две девочки купили карандаш, одна ластик и одна ручку. Что купила Света, если Катя со Светой и Света с Ниной купили разные предметы, а Галя купила ластик?

5. Два мальчика занимались борьбой и два боксом. Чем занимался Михаил, если Коля занимался боксом, а Федя с Михаилом и Федя с Борей занимались разными видами спорта?

6. Две девочки играли в домино и две в шашки. Во что играла Лена, если Света с Машей и Маша с Аленой играли в разные игры, а Маша играла в шашки?

7. Четыре бегуна закончили дистанцию: один был первым, двое пришли к финишу одновременно, один занял третье место. Какое место занял Захаров, если Ломов занял третье место, Захаров с Паниным и Громов с Захаровым заняли разные места, а Панин с Ломовым и Громов с Ломовым также заняли разные места?

8. Мальчики читали разные книги: одни сказки, другой стихи, двое других рассказы. Что читал Григорий, если Николай с Григорием и Николай с Василием читали разные книги, Михаил читал стихи, а Василий с Михаилом тоже читали разные книги?

9. Две девочки плыли быстро и две медленно. Как плыла Таня, если Ира с Катей и Ира с Таней плыли с разной скоростью, Света плыла медленно, а Катя со Светой также плыли с разной скоростью?

10. Два мальчика учили английский язык и два французский. Какой язык учил Алики, если Миша учил французский, Костя с Сережей и Сережа с Мишей учили разные языки, а Костя с Аликом тоже учили разные языки?

Исходное отношение, которое лежит в основе построения и решения всех предложенных задач, заключается в следующем. Если даны три объекта и два признака, одним из которых обладают два объекта, а другим один, то, зная какие два объекта отличаются от третьего по указанным признакам, можно легко определить, каким признаком обладают первые два. Например, если даны три стула А, Б и В и известно, что некоторые (два) из них с тремя ножками, а один с четырьмя, то, зная, например, что А и Б от-

личаются от В по числу ножек, можно легко сделать вывод о том, что стул В с четырьмя ножками, а стулья А и Б с тремя ножками.

На основе этого исходного отношения строился общий способ решения всех задач, который включал следующие операции. Рассмотрим его применение на материале рассмотрения задачи 10. Во-первых, нужно сделать вывод об идентичности двух объектов из трех по указанному признаку. Так, если в условии сказано, что Костя с Сережей и Сережа с Мишей учили разные языки, то понятно, что Костя и Миша учили одинаковый язык. Во-вторых, нужно сделать вывод о том, каков тот признак, по которому эти два объекта идентичны. Так, в задаче сказано, что Миша учил французский. Значит и Костя тоже учил этот язык. В-третьих, нужно сделать окончательный вывод, т. е. исходя из того, что уже известны два объекта из четырех, которые идентичны по одному из двух данных в задаче признаков, ясно, что другие два объекта идентичны по другому из двух известных признаков. Так, если Костя и Миша учили французский, то другие два мальчика, Алики и Сережа, учили английский.

Эксперименты позволили установить особенности, свойственные действиям детей при решении этих задач с помощью эмпирического мышления и с помощью теоретического мышления. Так, «эмпирики» решали задачи путем подбора, что представляло собой конкретизацию «метода проб и ошибок». Обычно подбор проводился в том, что дети сначала предполагали, сразу после прочтения задачи, еще не успев толком в ней разобраться, что какой-то из указанных предметов определенно относится к какому-нибудь из участников задачи. Чаще всего это был первый из участников, имя которого появлялось в задаче сразу после вопроса, след за словом «если».

Затем они проверяли, соответствует ли их предположение тому, о чем говорится в задаче и тем отношениям, которые указаны в условии. Если это предположение соответствовало, то записывался ответ, а если нет, то они строили новое, которое также проверялось. Так продолжалось до тех пор, пока ребенок не был уверен в том, что он выбрал верный ход решения.

Нужно сразу сказать, что такой способ, когда ребенок сам достаточно долго искал правильный ответ и мог объективно оценить ход и результаты своего решения, встречался достаточно редко. Чаще всего дети, решавшие задачи путем подбора, довольно быстро запутывались в отношениях участников, представленных в условиях задач и их связей с данными предметами. В других случаях часто только указание экспериментатора о несоответствии ответа условиям задачи позволяло им вскрыть ошибку и решить затем задачу правильно.

Вместе с тем в обоих указанных типичных случаях решения путем подбора дети в каждой последующей задаче заново развешивали ориентацию в условиях и выдвижение предположений о

том, к какому участнику какой предмет относится. Таким образом, каждая последующая задача решалась как самостоятельная, никак не связанная с предыдущими.

В результате такого подхода эти дети не могли решать все задачи правильно за ограниченное время (40—45 минут). Обычно они не могли самостоятельно решить либо ни одной задачи, либо решали только первые две, либо, значительно реже, первые шесть задач, в условиях которых не было лишних данных. Дети другой группы, «теоретики», все задачи успевали решить правильно.

В результате обработки данных установлено, что после одного года обучения «теоретиков» было приблизительно одна восьмая, после двух лет — одна четвертая, после трех лет — половина. Подобные же результаты получились и тогда, когда ученики решали словесно-логические задачи другого типа.

1. Толя веселее, чем Катя. Катя веселее, чем Алик. Кто веселее всех?

2. Саша сильнее, чем Вера. Вера сильнее, чем Лиза. Кто слабее всех?

3. Миша темнее, чем Коля. Миша светлее, чем Вова. Кто темнее всех?

4. Вера тяжелее, чем Катя. Вера легче, чем Оля. Кто легче всех?

5. Катя нае, чем Лиза. Лиза нае, чем Лена. Кто нае всех?

6. Коля тпрк, чем Дима. Дима тпрк, чем Боря. Кто тпрк всех?

7. Прси веселее, чем Лдвк. Прсп печальнее, чем Квшр. Кто печальнее всех?

8. Всиг слабее, чем Рптн. Всиг сильнее, чем Гшдс. Кто слабее всех?

9. Мпри унее, чем Нврк. Нврк унее, чем Слтв. Кто унее всех?

10. Вшпф клми, чем Дате. Дате клми, чем Пчб. Кто клми всех?

11. Собака легче, чем жук. Собака тяжелее, чем слон. Кто легче всех?

12. Лошадь ниже, чем муха. Лошадь выше, чем жираф. Кто выше всех?

13. Попов на 68 лет младше, чем Бобров. Попов на 2 года старше, чем Семенов. Кто младше всех?

14. Уткин на 3 кг легче, чем Гусев. Уткин на 74 кг тяжелее, чем Комаров. Кто тяжелее всех?

15. Маша немного слабее, чем Лиза. Маша немного сильнее, чем Нина. Кто слабее всех?

16. Вера немного темнее, чем Люба. Вера немного светлее, чем Катя. Кто светлее всех?

17. Петя медлительнее, чем Коля. Вова быстрее, чем Петя. Кто быстрее?

18. Саша тяжелее, чем Миша. Дима легче, чем Саша. Кто легче?

19. Вера веселее, чем Катя, и легче, чем Маша. Вера печальнее, чем Маша, и тяжелее, чем Катя. Кто самый печальный и кто самый тяжелый?

20. Рита темнее, чем Лиза, и младше, чем Нина. Рита светлее, чем Нина, и старше, чем Лиза. Кто самый темный и кто самый молодой?

21. Юля веселее, чем Ася. Ася легче, чем Соня. Соня сильнее, чем Юля. Юля тяжелее, чем Соня. Соня печальнее, чем Ася. Ася слабее, чем Юля. Кто самый веселый, самый легкий и самый сильный?

22. Толя темнее, чем Миша. Миша младше, чем Вова. Вова ниже, чем Толя. Толя старше, чем Вова. Вова светлее, чем Миша. Миша выше, чем Толя. Кто самый светлый, кто старше всех и кто самый высокий?

В основе всех предложенных задач лежит такое свойство отношения величин объектов, как транзитивность (о котором мы говорили выше). По сложности задачи делятся на три группы: 1) задачи 1—18, в которых требуется ответить на один вопрос; 2) 19—20, для решения которых нужно ответить на два вопроса; 3) 21—22, решение которых предполагает ответ на три вопроса.

Условия приведенных задач различаются не только по количеству информации, в которой нужно разобраться, но и по ее наблюдаемым особенностям: в них использованы искусственные слова, разные имена, виды отношений между упоминаемыми лицами, вопрос в соседних задачах ставится по-разному. Все это необходимо, чтобы замаскировать общий принцип решения задач, препятствуя тем самым эмпирическому подходу. Детям говорилось, что первые четыре задачи простые: для их решения достаточно прочитать условие, подумать и написать в ответе имя только одного человека, того, кто, по вашему мнению, будет самым веселым, самым сильным, самым быстрым из тех, о ком говорится в задаче.

В задачах с 5 по 10 используются искусственные слова, бессмысленные звуко-сочетания, которые заменяют обычные слова. В задачах 5 или 6 бессмысленные буквосочетания (например, нае) обозначают такие слова, как веселее, быстрее, сильнее и т. п. В задачах 7 и 8 искусственные слова заменяют обычные имена людей, а в задачах 9 и 10 они заменяют все. Вместо бессмысленных слов нужно подставлять понятные, обычные слова. Задачи 11 и 12 — «сказочные», потому что в них про известных зверей рассказывается что-то странное, необычное. Эти задачи нужно решать, пользуясь только теми сведениями о животных, которые даются в условии задач.

Если ребенок решил только первую задачу правильно, а остальные (даже вторую) — неверно, то это говорит о том, что он не может в уме заменить данное отношение величин на обратное, т. е. отношение «больше» на отношение «меньше» или «веселее» на «печальнее» и т. п.

Когда правильно решены первая и вторая задачи, то это говорит о том, что ребенок может действовать в уме в минимальной степени, поскольку во второй задаче нужно заменить отношение на обратное лишь в конце рассуждения, когда уже ясно, кто «самый слабый».

Если ребенок успешно решает первые четыре задачи, то можно сказать о неплохом развитии у него способности анализировать условия задачи. Это следует из того, что он не пошел на поводу внешнего сходства формулировки вопроса с формулировкой первого или второго отношения объектов в условии задачи.

Неверное решение задачи с бессмысленными словами есть, скорее всего, проявление слабого анализа условий, неумения выделить структурную общность этих задач с предыдущими. Так, задачи 5, 6, 9, 10 построены, как первая задача, а задачи 7 и 8 — как задачи 3 и 4.

О недостаточном развитии анализа может свидетельствовать и неверное решение последующих трех пар задач. Это связано с тем, что дети действуют на основе непосредственного впечатления от их условий.

Если в ответе к задачам 17 и 18 ребенок называет (или пишет) только одно имя (чаще всего имя того человека, чье отношение прямо совпадает с вопросом задачи), то можно говорить, как правило, о недостаточном глубоком анализе.

Отказ от решения или неверное решение последних четырех задач (при условии правильного решения всех предыдущих) свидетельствует о трудностях в понимании детьми относительно сложных задач этого типа, где используются четыре или шесть суждений.

Успешное решение ребенком всех 22 задач позволяет говорить об относительно высоком уровне сформированности у него теоретического способа разрешения проблем (на материале данных задач), теоретического подхода к незнакомым ему проблемным ситуациям.

В целом, осмысливая итоги рассмотренных выше трех исследований, в которых участвовали дети разного возраста, следует признать, что различия в понимании содержания задач (при этом использовались разные задачи — комбинаторные, лабиринтные, логические) подвержены влиянию возраста: чем старше ученики, тем больше среди них детей, решающих задачи с помощью анализа, связанного с выделением в их условиях существенных отношений.

В заключение обсуждения различий детей в понимании содержания задач рассмотрим, какие условия можно создать в классной работе, чтобы в большей степени способствовать формированию способности выделять в задачах существенные отношения, понимать принципы их решения.

Определенную помощь в развитии понимания можно оказать в обучении. Так, целесообразно, например, предлагать школьникам

задачи, в частности на уроках математики, в которых отсутствует часть необходимых данных, или, наоборот, имеются ненужные данные. Причем это может касаться только условия или только требования задачи, а также условия и требования вместе.

Полезно также, чтобы привлечь внимание детей к строению задач, условие превращать в ее требование и наоборот. Такую работу лучше всего проводить в форме коллективного обсуждения возможных преобразований условий и требований какой-нибудь задачи.

Можно также практиковать самостоятельное составление детьми задач с целью придумать задания с недостающими и избыточными данными. Это поможет учащимся понять необходимость одного типа данных для построения проблемной ситуации и избыточность данных другого типа. Имеет смысл производить превращение обычных задач в задачи с недостающими или избыточными данными и наоборот.

Все это должно способствовать формированию у детей умения детально и последовательно разбираться в материале и «устройстве» разных решаемых ими задач. Важное значение для формирования понимания, связанного с выделением в условиях задач существенных отношений, имеет исследование учеником правил, которые усваиваются в классе. Здесь целесообразно рассмотреть условия и способы получения правила, возможные следствия из него, особенности применения в разных условиях, а также связь с другими.

Кроме отмеченных видов учебной работы, полезно проводить с детьми работу по проверке задач, когда им предлагается несколько задач, одни из которых составлены правильно, а другие — нет. Дети должны найти задачи, которые составлены неверно, указать в чем ошибка и предложить способ ее исправления.

Главное в организации отмеченных видов учебной работы в том, чтобы заинтересовать всех школьников, вовлечь в нее каждого ребенка. Тогда даже самый слабый ученик сможет те или иные задачи решать, понимая принцип их построения.

В зависимости от того, насколько велико количество видов задач, успешно решенных, детям полезно оказывать разную помощь. Так, решившим успешно меньшую часть представленных видов задач имеет смысл предлагать задачи с избыточными данными, чтобы они отобрали, какие данные лишние, а какие необходимы. Это облегчит им впоследствии разбор условий задач. Полезно также давать задания, в которых отсутствуют некоторые необходимые данные с тем, чтобы школьники исследовали их содержание и указали, какие данные нужно добавить, чтобы задачу можно было решить.

Детям, успешно решившим большую часть представленных видов задач, целесообразно предлагать задания, связанные с составлением новых задач, родственных по принципу построения тем,

ОСОБЕННОСТИ ОСОЗНАНИЯ ДЕЙСТВИЙ

которые они успешно решили. При этом следует варьировать творческие задания: придумать задачу, которая как можно более не похожа на задачу — образец, но построена по единому с ней принципу; придумать задачу, которая была бы сложнее, например, содержащая бы больше данных, чем образец, или придумать задачу, которая была бы проще, чем задача-образец и т. д.

При любых конкретных творческих заданиях смысл самостоятельного составления задач заключается в том, чтобы ребенок активно использовал понятый им принцип, применял его как средство достижения новых целей. Такая работа способствует углублению понимания условий задач и подготавливает ребенка к проведению содержательного анализа при выполнении заданий новых типов.

Мы уже говорили, рассматривая состав теоретического способа познания, что рефлексия (или обобщение детьми способа своих действий) связана с анализом, пониманием существенных отношений. Она представляет собой такое осмысление человеком своих действий, при котором он выясняет их основания. В рамках теоретического мышления этими основаниями выступают существенные отношения объектов, при которых строятся и решаются задачи некоторого типа. Поэтому знание человеком типа решаемой задачи и может служить показателем того, что он осмысливает свои действия, понимает их неслучайность и закономерность.

Условием этого осмысления выступает, как показали наши исследования, фиксация (изображение) человеком своего способа решения задачи. Делая свои действия наглядными, он имеет возможность их обобщать и различать, т. е. типизировать.

Проявления такого приема рефлексии, как обобщения способа действий, были обнаружены при решении детьми анаграмм — буквосоочетаний, из которых необходимо составлять осмысленные слова.

Каждый испытуемый решал такие анаграммы:

- 1) е, р, о, м;
- 2) ш, а, к, а;
- 3) а, к, у, р;
- 4) б, о, н, е;
- 5) а, с, о, к;
- 6) д, а, в, о.

Большинство детей решали анаграммы случайным образом: с одними задачами они справлялись быстро, с другими — медленно, с большим трудом, с третьими не справлялись совсем. Однако были и такие ученики, которым удалось решить все задачи.

Часть же школьников, решив первую задачу, обратила внимание, что ответ в ней получается, когда буквы читаются в обратном порядке, справа налево. При этом они даже произвели соответствующее движение рукой, отмечая таким образом этот способ прочтения.

Со второй анаграммой они вначале пытались действовать этим же способом. Но, прочитав несколько раз вслух буквы в данном порядке, догадались, какое слово зашифровано, и обратили внимание на то, что для решения задачи нужно поменять местами слоги (в этом случае можно было видеть круговое движение рукой над словом).

В третьей задаче дети пытались сначала менять слоги, потом переставлять буквы. Справа налево, отгадали анаграмму и, отметив сходство решения задачи с первой («Надо читать наоборот»), сформулировали особенности этого типа буквосочетаний: чередование гласной и согласной букв. Также они отметили сходство способов решения четвертой и второй задач и указали на особенность их условий: последовательность из двух слогов. Остальные две анаграммы были решены быстро и правильно.

Когда после успешного решения анаграмм школьников спросили: «Как ты думаешь, на сколько групп можно разделить все задачи?», то решавшие случайным образом отвечали обычно: «Ни на сколько — все слова разные» или «Здесь нет групп — все задачи легкие». Иначе отвечали другие дети: «Только на две группы, потому что в одних задачах нужно читать слова наоборот, а в других — переставлять слоги».

Эксперимент показал, что, обозначая (движением руки) способ решения, дети смогли отметить своеобразие задач и обобщить их в соответствии с особенностями двух предложенных типов буквосочетаний. Такая рефлексия учениками собственных действий отчетливо проявилась затем в характере группировки решенных задач.

Опираясь на итоги этого и ряда других экспериментов, было решено строить для изучения особенностей осознания детьми своих действий задания из двух частей. В первой нужно было решить несколько задач разных типов, а во второй эти же задачи (если, конечно, они решены успешно) требовалось сгруппировать.

По характеру группировки задач и определялись особенности осознания. Если за основание группировки принималась общность (типичность) способа решения, то, значит, человек осознавал принцип своих действий, выполняя рефлекссию, а если за основание принималось внешнее сходство условий, то можно считать, что человек осознавал внешние случайные особенности обстоятельств, в которых он выполнял действия.

Одна из проблем изучения того, как дети осознают либо внешние, частные особенности своих действий, либо их общий способ, состояла в том, чтобы выявить связь типа осознания с характером решаемых задач. Для этого с группой третьеклассников было проведено несколько исследований на различном материале.

Сначала детям предлагалось решить три задачи, связанные с уравниванием разных объектов. В первой задаче на столе перед испытуемым экспериментатор ставил спичечный коробок на его узкую и длинную грань. Этот коробок служил стойкой для весов. В качестве весов должна была выступить обычная деревянная линейка размером в 50 см. Ее испытуемый должен был сам положить на стойку. Вместе с линейкой ученикам еще давались два спичечных коробка, которые нужно было уравновесить на линейке, положив ее на стойку. После того, как ребенок уравнивал оба коробка, положив их на концы линейки (экспери-

ментатор специально требовал класть взвешиваемые коробки именно на концы линейки), построенные весы (стойка, линейка и два коробка на линейке) не разрушались, а лишь отодвигались в сторону. Вторая задача была для детей необычной: в ней требовалось уравновесить неравные грузы. Экспериментатор вновь давал ребенку один коробок — стойку и линейку, но уже 30 см. Вместе с ней также давались три коробка, которые требовалось уравновесить на ее концах. Полученные весы (стойка, линейка и коробки) также не разрушались, а лишь отодвигались в сторону.

В качестве третьей задачи нужно было уравновесить на линейке в 20 см шесть коробков.

После решения указанных задач детям предлагалось разделить их на две группы. В случае формального обобщения, по несущественным условиям (например, в первой и второй задачах использован один коробок на одном конце линейки), испытуемому предлагалось попытаться выделить еще одну задачу, которая не подходит к двум другим. Если он этого сделать не мог, эксперимент с ним заканчивался. В том случае, если ребенок говорил, что все задачи разные или похожи, ему предлагали еще раз попытаться найти задание, не похожее на два других. Если он не мог это сделать, эксперимент с ним заканчивался.

В случае содержательной группировки, т. е. указания на то, что не совпадает вторая задача, так как в ней неравные грузы, эксперимент с этим испытуемым также заканчивался. Наблюдения позволили отметить ряд моментов, характерных для испытуемых, выполнивших содержательное обобщение задач (группа А) и формальное их обобщение (группа Б). Следует сказать, что при решении первой задачи дети обеих групп действовали одинаковым образом: ставили линейку серединой на стойку и после того, как она оказывалась в равновесии, клали по одному коробку на ее концы.

При решении второй задачи дети обеих групп действовали по-разному. Испытуемые группы А, не трогая линейку, брали коробки. При этом один коробок был в одной руке, а остальные два — в другой. Подержав коробки в руках и как бы взвесив их, они клали их обратно на стол и затем устанавливали линейку на стойке, несколько сдвинув ее в сторону. После этого они клали два коробка на конец линейки со стороны меньшей части, а один — на конец большей части линейки. Если равновесия не достигалось, то дети несколько передвигали (иногда сняв коробки с линейки, а иногда и не снимая их) линейку, увеличивая большую часть; если линейка падала в ту сторону, где был один коробок, то производилась обратная процедура. Обычно после одного-двух передвижений линейка приходила в равновесие.

Иначе решали эту проблему испытуемые группы Б. Они, не обращая внимания на коробки, сразу ставили линейку ее серединой на стойку и добивались равновесия. Лишь после этого они брали коробки (один в одну руку, а два — в другую) и клали их

на концах линейки, находившейся в равновесии. Линейка, конечно, сразу падала в ту сторону, где были два коробка. Некоторые дети сразу пытались передвинуть их ближе к середине (к стойке), но экспериментатор напоминал, что коробки можно ставить только на концах линейки. Тогда они вновь возвращали коробки на конец линейки, оставляли ее в наклонном положении, и некоторое время ничем не манипулировали. Потом линейку, на концах которой были коробки (один и два), не отрывая от стойки, слегка передвигали в сторону того конца, где находился один коробок. Затем увидев, что линейка опять наклонялась и касалась стола в том месте, где были два коробка, они передвигали ее до тех пор, пока она не приходила в равновесие.

Другие дети (группы Б) после того, как линейка падала при первой попытке ее уравновесить вместе с коробками, не пытались передвигать два коробка ближе к стойке, а начинали передвигать линейку с коробками, пока она не оказывалась в равновесии.

Выполняя третье задание и получив успешный результат, испытуемые указанных групп действовали по-разному. Дети из группы А прежде всего делили шесть коробков на две равные части (экспериментатор давал шесть коробков одним блоком), брали в обе руки и располагали с двух сторон от стойки на равном расстоянии. Затем они уравновешивали линейку и одновременно клали на концы линейку по три коробка. Линейка с коробками оказывалась в равновесии.

Испытуемые группы Б действовали иначе. Получив линейку и блок коробок, они прежде всего уравновешивали линейку. Затем, разделив коробки поровну, ставили их одновременно на концы линейки, которая оказывалась в равновесии.

При выполнении первого задания у испытуемых обеих групп не было различий. Их зрительная активность сопровождалась ручной: беря и устанавливая линейку на стойку, они взором следили за этими действиями; так же они поступали и устанавливая по коробку на концы линейки (правда, здесь следует отметить, что перед тем, как положить коробки, у детей часто встречались как бы проверочные движения взора по линейке, находящейся уже в равновесии).

При решении второй проблемы зрительная активность детей обеих групп различалась. Испытуемые группы А сначала брали в руки коробки. При этом переводили взор с линейки на стойку и обратно. Потом клали коробки на стол и устанавливали линейку так, что стойка находилась на разном расстоянии от ее концов. При этом они как бы искали место на линейке, которым она должна опираться на стойку. Этот поиск сопровождался движениями взора от линейки к коробкам и обратно. Затем, определив место на линейке, дети клали туда коробки. Движения взора были целиком направлены на область стойки, линейки и коробок, т. е. сопровождали их установку.

У испытуемых группы Б зрительная активность была иная. Сначала она совпадала с активностью при решении первой проблемы. И лишь после того, как линейка, поставленная на стойку посередине, вместе с коробками упала в сторону более тяжелого груза, у них заметно увеличивалось число движений взора вдоль по линейке от одного ее конца до другого (это выражалось довольно отчетливо и в движениях головы: поворотах влево — вправо). В этот момент ручные манипуляции отсутствовали. После этого некоторые дети пытались установить равновесие линейки, сдвинув два коробка поближе к стойке, но затем, отказавшись от этого, «додумывались» сдвинуть линейку к стойке; другие дети сразу начинали сдвигать линейку с коробками. И в том и в другом случае эти действия сопровождались активными движениями взора и головы.

При решении третьей проблемы зрительная активность детей обеих групп также различалась. Взяв блок коробков и разделив его на две группы по три, они при этом переводили взор с коробков на линейку. Затем брали линейку и устанавливали ее на стойку. Потом клали на ее концы коробки. Испытуемые группы Б действовали при решении этой проблемы так же, как и при решении первой проблемы. Их зрительная активность была идентична соответствующей активности при решении первой проблемы, т. е. движения взора сопровождали ручные движения.

Различия между этими группами испытуемых в аспекте распределения времени на активные действия и перерывы между ними также касались в основном второй проблемы, ее решения. Так, у испытуемых группы А основная часть времени, связанная с отсутствием двигательной активности, приходилась на начальную фазу решения проблемы, до постановки линейки на стойку, а у испытуемых группы Б этот же отрезок времени (не по длительности, а по функции) приходился в средней трети решения проблемы, т. е. уже после того, как линейка вышла из равновесия.

При выполнении третьего задания также были некоторые различия между обеими группами испытуемых в указанном аспекте. Если испытуемые группы А не сразу ставили линейку на стойку, то испытуемые группы Б — сразу, и в целом тратили меньше времени, чем испытуемые первой группы.

Высказывания детей обеих групп при выполнении заданий различались. Так, уже после того, как экспериментатор давал линейку и три коробка, многие школьники из группы А говорили, что «...эти коробки так не уравновесишь...» или «...теперь надо делать по-другому...» и т. п. А при решении третьей проблемы, сразу после предъявления шести коробков, почти все дети говорили, что «...это легкая задача...», «...это, как в первый раз...», «...здесь легкая задача, коробков одинаково...» и т. п. Можно сказать, что их высказывания при решении второй проблемы свидетельствуют о понимании отличия второго задания от первого, причем в существенном аспекте (зависимость процедуры уравновешивания короб-

ков), а высказывания их при решении третьего задания свидетельствуют о том, что они узнают в нем первое, вскрывают их внутреннее единство по тем условиям, от которых зависит успешное решение. Они считают, что вторая задача не подходит к двум другим: «...а ей надо уравновесить разные грузы, а в других задачах — одинаковые...».

Высказывания испытуемых группы Б были иными. Так, при выполнении второго задания, уже уравновесив линейку на стойке и обнаружив, что коробков три, они говорили: «...это нельзя уравновесить...», «...здесь один коробок лишний...», «...наверно забыли дать один коробок...» и т. п. После того, как линейка с коробками упала на одну сторону, они замечали: «...не знаю, как уравновесить...», «...не знаю, что делать...» и т. п.

Решая третью проблему, дети отмечали трудность уравновешивания большого числа коробков на короткой линейке: «...наверное не получится уравновесить столько коробков...», «...а можно взять линейку подлиннее...» и т. п.

Их высказывания позволяют считать, что все внимание направлено на преодоление трудностей, связанных с непосредственными действиями по достижению конкретного результата. Неслучайно в ряде случаев, при обосновании того, что лишним является второе задание, были такие высказывания: «...не подходит к двум другим вторая задача, так как она самая трудная...», «...не подходит вторая задача: там передвигалась линейка...», «...вторая задача не такая, как другие: в ней линейка находится не посередине...».

Эти слова свидетельствуют о том, что дети обращают внимание лишь на внешние, непосредственно наблюдаемые обстоятельства, связанные с решением проблем и результатами, а не на то содержание, которое обуславливает особенности этих внешних обстоятельств, т. е. на отношение в парах взвешиваемых грузов: равны грузы или не равны.

Для выделения этого отношения и необходимо осознание способа своих действий, его оснований, а не просто исполнительные операции, которые имели место: передвижение линейки, большое или малое количество коробков, более или менее длинная линейка, коробки даются все сразу или по одному, долго пришлось искать равновесие коробков или нет.

Анализ результатов, полученных в этом исследовании, выявил, что содержательно сгруппировали три данные задачи чуть больше половины детей. Этот итог стал ориентиром для проведения следующего исследования, в котором дети также решали задачи уже в наглядно-действенном плане путем практического измерения ситуации, в которой осуществлялись поисковые действия. Но решались задачи иного типа — комбинаторные. Это были «игры в 5», разработанные известным советским ученым В. Н. Пушкиным (1965).

На шестиклеточном прямоугольном игровом поле имеется 5 фишек (или карточек с изображениями букв, цифр и т. п.) Есть так-

же одна свободная клетка, позволяющая перемешать фишки в любых направлениях по горизонтали и вертикали. Например, если нужно одно (начальное, исходное) расположение карточек:

преобразовать в другое расположение: $\begin{matrix} \text{Д} & \text{Т} & \text{М} \\ \text{В} & & \text{К} \end{matrix}$ за шесть ходов (перемещений), то необходимо последовательно двигать такие карточки: Л, В, К, М, Т, Л.

В нашем исследовании дети решали такие три задачи:

- 1) $\begin{matrix} \text{А} & \text{Г} & \text{Д} \\ \text{П} & \text{Н} & \end{matrix}$ преобразовать в $\begin{matrix} \text{П} & \text{А} & \text{Г} \\ \text{Н} & \text{Д} & \end{matrix}$;
- 2) $\begin{matrix} \text{Т} & \text{Р} & \text{Ш} \\ \text{М} & \text{И} & \end{matrix}$ ————— $\begin{matrix} \text{Т} & \text{Ш} & \text{Р} \\ \text{М} & \text{Р} & \end{matrix}$;
- 3) $\begin{matrix} \text{В} & \text{К} & \text{О} \\ \text{У} & \text{В} & \end{matrix}$ ————— $\begin{matrix} \text{К} & \text{О} & \text{В} \\ \text{Б} & \text{У} & \end{matrix}$.

Все задачи решались за одинаковое число ходов (шесть). Первая и третья задачи решались одним способом (были эквивалентны по оптимальному маршруту перемещения фишек), а вторая — другим. По условиям все задачи были, с одной стороны, похожи (везде на фишках были буквы), а с другой — различны (все буквы были различными). Решение задач производилось путем перемещения картонных фишек с буквами по листу бумаги, на котором было размечено шестиклеточное поле. После успешного решения всех задач их предлагалось классифицировать. 11 человек выполнили содержательную классификацию задач, указав на то, что первая и третья задачи решаются одинаково: фишки двигаются по кругу. Остальные 14 человек не выполнили этого задания, утверждая, что все задачи похожи или что все задачи разные.

Наблюдения за решением позволили выделить ряд моментов, характерных для действий детей, классифицировавших задачи содержательно. Как правило, они не стремились сразу двигать фишки по полю, а некоторым образом изучали условия, что можно было заметить по движениям взора, соотносящим начальное и конечное расположение фишек. Затем они движением руки в воздухе изображали общий маршрут фишек в задаче, в частности при решении первой задачи они производили круговое движение рукой. Интересно отметить, что для них характерно «узнавание» первой задачи в третьей при сравнительно недолгом (по отношению к первой задаче) изучении ее условий. Иногда это выражалось в таком высказывании: «Здесь тоже фишки двигаются по кругу, только в другую сторону». Действия детей, не сделавших классификацию, существенно отличались. Они сразу принимались перемещать фишки по полю и путем проб и ошибок находили

требуемое расположение фишек. Характерно, что они не узнавали в третьей задаче первую и решали ее примерно так же долго.

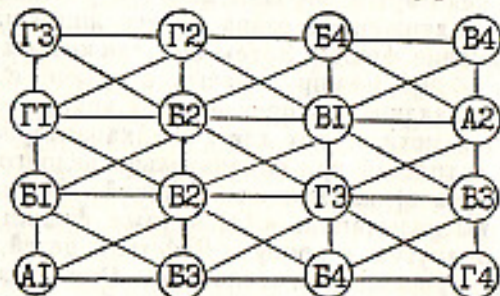
Отмеченное действие, круговое движение рукой в воздухе, у испытуемых первой группы мы квалифицируем как результат обращения ребенка к собственному способу действия, рефлексии. Собственно же обращение как некоторое отдельное действие ребенка происходило во время прослеживания предполагаемого перемещения фишек и соотношения начальной и конечной ситуации, данных в условии задачи.

Сопоставляя результаты этих исследований, интересно отметить, что, несмотря на то, что в каждом из них дети решали задачи в одном и том же наглядно-действенном плане, при выполнении практических заданий (на уравнивание коробок) больше детей смогли обобщить свой способ действий, а при решении комбинаторных задач «игры в 5» — меньше. Этим самым высвечивается один из аспектов связи различий в осознании ребенком своих действий с характером решаемых задач.

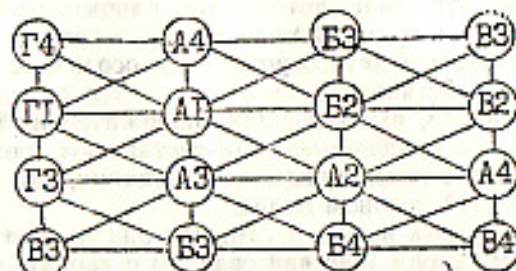
В третьем исследовании этот вопрос изучался на материале задач в наглядно-образном плане. Здесь предлагалось решать три задачи игры в «почтальон»: 1) Определить, через какие два домика можно попасть из В1 в В1? (В1 — ? — ? — В1); 2) Определить, через какие два домика можно попасть из А3 в В3 (А3 — ? — ? — В3); 3) Определить, через какие два домика можно попасть из В4 в В2 (В4 — ? — ? — В2).

Для каждой из трех задач предлагалось отдельное игровое поле с расположением домиков. На каждом из игровых полей было размещено по 16 домиков: четыре по вертикали и четыре по горизонтали. Из указанных трех задач первая и третья задачи решались с помощью одного маршрута перемещения почтальона — в виде ломаной линии, а вторая задача — с помощью другого маршрута — в виде буквы «Г».

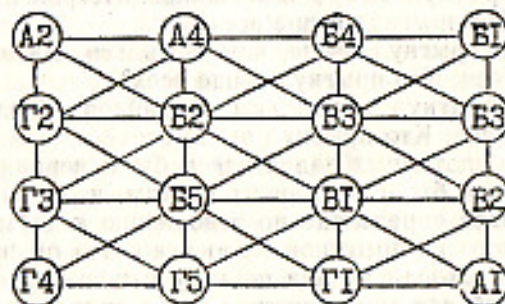
Для решения первой из указанных задач предлагалось такое игровое поле:



Для решения второй задачи предлагалось другое игровое поле:



Для решения третьей задачи предлагалось еще одно игровое поле, третье:



После успешного решения этих задач ребенку предлагалось выбрать одно из трех мнений о них: «Все три задачи похожи», «Все три задачи разные», «Среди этих задач две задачи похожи, а одна от них отличается» — и привести его обоснование. Дети, считавшие верным третье суждение, как показали эксперименты (потому что у первой и третьей задач одинаковый маршрут, а во второй задаче другой маршрут), обосновывали это суждение либо словесно: «...в первой и третьей задачах почтальон ходит «змейкой», а во второй — буквой «Г»...», либо с помощью характерного движения рукой, говоря при этом: «...в первой и третьей задачах почтальон ходит вот так», — здесь дети делали зигзагообразное движение рукой, «...а во второй задаче — по другому...», — и делали движение рукой в виде угла.

При выборе такого суждения и таких наиболее типичных вариантов его обоснования считалось, что они совершили обобщение существенных моментов своих действий, осознали принцип построения родственных задач.

Если школьники правильно решили все три задачи, но выбрали при этом первое суждение, потому что, например, «...во всех

задачах нужно найти два домика...», или второе суждение, потому что, например, «...все задачи имеют разные буквы и цифры...», или даже третье суждение, потому что, например, «...в первой и третьей задачах есть буква В, а во второй — нет...», — во всех этих случаях считалось, что дети осуществили осознание внешних особенностей своих действий.

Подсчет учеников, выполнивших содержательную группировку задач «почтальон», показал, что они составляют треть всех детей, т. е. меньше, чем в предыдущем исследовании, где задачи решались в наглядно-действенном плане.

Чтобы подтвердить вывод о том, что различия в особенностях осознания детьми своих действий связаны с характером решаемых задач, было проведено еще одно исследование на материале словесно-логических задач, в основе построения которых лежала транзитивность свойств отношений величин объектов.

Детям предлагалось решить следующие три задачи:

1) Петров прыгнул выше, чем Иванов. Петров прыгнул выше, чем Сидоров. Кто прыгнул выше всех?

2) Николаев прыгнул выше, чем Васильев. Васильев прыгнул выше, чем Сергеев. Кто прыгнул выше всех?

3) Гордеев прыгнул выше, чем Михайлов. Гордеев прыгнул выше, чем Соколов. Кто прыгнул выше всех?

В качестве однотипных задач здесь были первая и третья задачи, так как они были построены на том, что лишь одна величина из трех была определена по отношению к двум другим, т. е. только про одного из прыгунов было ясно, что он прыгнул выше, чем два другие. Вторая задача по типу отношения отличалась от этих задач: в ней все три величины были определены по отношению к двум другим, т. е. высота прыжка у каждого прыгуна была соотнесена с высотой прыжков двух других прыгунов.

Для того, чтобы можно было наблюдать особенности решения таких задач, каждая из них была напечатана на отдельном листе бумаги следующим образом: первое предложение располагалось в самом верху листа, второе предложение — в середине листа и третье предложение (вопрос задачи) — в самом низу листа. Это было сделано для того, чтобы можно было наблюдать особенности зрительной активности детей. Задачи предлагалось читать и решать вслух.

Сначала ребенку давался лист с условием первой задачи. Предлагалось прочесть вслух один раз подряд все три предложения. Затем ребенок должен был начать размышлять вслух. После того, как испытуемый правильно находил ответ, ему давался лист с текстом второй задачи, а лист с условием первой откладывался в левую (от испытуемого) сторону. После решения второй задачи, которое выполнялось так же, как и решение первой задачи, лист с ее условиями откладывался в сторону (слева от испытуемого и справа от листа с текстом первой задачи). Затем давался лист с текстом третьей задачи. После ее решения лист с ее текстом на-

до было положить справа от листа с текстом условий второй задачи. Таким образом, перед испытуемым располагались три листа. Ему предлагалось сгруппировать решенные им задачи в две группы.

Дети, выполнившие содержательную группировку задач, т. е. исключившие вторую задачу, как задачу иного типа, поскольку в ней **каждый** прыгун прыгает выше другого, составили группу А. Дети, вообще не выполнившие группировки, так как по несущественным условиям все задачи были похожими, составили группу Б.

Испытуемые группы А и Б читали тексты условий задач по-разному. Общее впечатление заключается в том, что дети первой группы читали заданные тексты заметно осмысленнее, чем дети второй группы. Это выражалось, во-первых, в том, что дети первой группы всегда делали остановки (паузы) в тех местах, где были знаки препинания; у испытуемых второй группы либо таких остановок вообще не было (в частности там, где были запятые), либо они были случайным образом. Во-вторых, у детей первой группы в большинстве случаев можно было заметить, что после называния подлежащих в первом и втором предложениях всех задач (т. е. фамилий прыгунов) делалась небольшая пауза, например (первая задача): «Петров... прыгнул выше, ...чем Иванов. Петров... прыгнул выше, ...чем Сидоров. Кто прыгнул ... выше всех?» У детей второй группы такие паузы отсутствовали: они, как правило, читали каждое предложение либо слитно, либо делали паузы почти после каждого слова.

Характер зрительной активности детей обеих групп также различался. Для решения задач детьми первой группы характерным было движение зора лишь от первого предложения ко второму и обратно, а у детей второй группы движения зора относились ко всем **трем** предложениям. Иногда такое «подробное» отношение к тексту задачи сопровождалось тем, что ребенок отмечал пальцем каждое из просмотренных предложений.

Решение задач вслух по своему содержанию у испытуемых обеих групп существенно различалось. В общем можно сказать, что для испытуемых первой группы характерно размышление, связанное с выделением из условий задачи отдельных слов, фраз и т. п. Иначе говоря, для них не все слова текста были равнозначными по отношению к достижению результата. Так, один после прочтения вопроса задачи затем проговаривали первое предложение, но не до конца, а только до запятой: «Петров прыгнул выше...» и далее проговаривали часть второго предложения: «Петров прыгнул выше...». Потом они обычно говорили: «Там и здесь Петров прыгнул выше... но там выше, чем Иванов, а здесь выше, чем Сидоров... Значит, Петров выше всех...».

Другие дети этой группы при решении первой задачи размышляли вслух несколько иначе. Они также проговаривали первое предложение, но до конца: «Петров прыгнул выше, ...чем Иванов.

...Петров прыгнул выше... Снова Петров прыгнул выше..., по первый раз выше, чем Иванов, а второй — чем... Сидоров... Значит, Петров выше всех...».

Иначе решали первую задачу дети группы Б. Для них характерно не размышление, а повторение текста задачи буквально и полностью несколько раз подряд в медленном темпе. В результате такого прочтения эти школьники устанавливали, одни раньше (за меньшее число повторений), другие позже (за большее число повторений), — кто прыгнул выше всех.

Такое различие в характере работы сохранялось у испытуемых обеих групп и при решении второй и третьей задач. Следует отметить, что при выполнении третьей задачи у испытуемых первой группы были некоторые изменения по сравнению с первой. Во-первых, они, как правило, давали правильный ответ сразу после прочтения текста. Во-вторых, прочитав второе предложение, многие отмечали, что «...здесь, как в первой задаче...» или «...опять один два раза выше...» и т. п., т. е. узнавали в других обстоятельствах (прыгали другие прыгуны) ситуацию первой задачи.

Указанные моменты отсутствовали в решении третьей задачи у детей второй группы. На ее решение они тратили столько же времени, сколько на первую задачу, и при выполнении третьей задачи они не узнавали в ней ситуацию первой.

При содержательной группировке задач дети первой группы обычно говорили: «...вторая задача не подходит, так как в первой и третьей задачах один прыгает выше двух...» или «...первая и третья похожи, в них один прыгает выше двух...» и т. п.

Дети группы Б обычно указывали на различные привходящие обстоятельства в текстах условий: «...все три похожи, прыгают одинаково, везде три человека...» или «...все три похожи, везде одинаковые действия, во всех задачах прыгали выше...»; «...первая, вторая и третья похожи, потому что одинаковые вопросы...»; «...они все по смыслу одинаковые, только имена разные, во всех повторяется слово «прыгнул...» и т. п.

Данные, полученные в экспериментах по решению указанных логических задач, свидетельствуют вновь о том, что такая результативная характеристика способа выполнения заданий, как тот или иной тип их группировки после решения, связана с особенностями процесса их решения. К таким особенностям можно отнести заметно выраженное **управление** ребенком поиском решения задач. Особенно отчетливо это проявляется на фоне простого повторения текста условий, которое было характерно для детей, вообще не выполнивших группировку задач. Отмеченное управление, точнее, самоуправление или самоорганизация при решении данных задач, можно охарактеризовать как проявление осознания ребенком существенной общности своих действий.

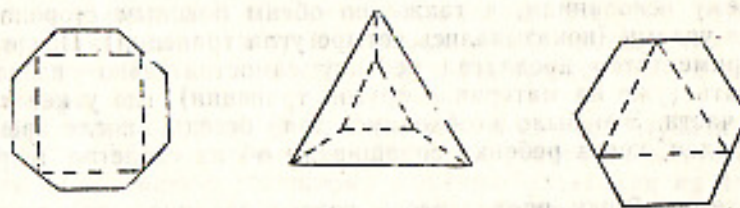
В этом исследовании, как оказалось, содержательную группировку смогли выполнить лишь четверть детей, т. е. меньше, чем во всех предыдущих исследованиях.

В целом, полученные во всех выше рассмотренных исследованиях факты позволяют утверждать, что различия в осознании детьми своих действий связаны с характером задач: при решении комбинаторных — имеется больше возможностей для осознания существенной общности в действиях, чем при решении словесно-логических задач.

Другой вопрос состоял в выяснении связи различий в осознании детьми своих действий с продолжительностью их обучения в школе. Для этого было проведено три исследования, в каждом из которых участвовали ученики I, II и III классов.

Первое исследование проводилось на материале задач, условно названных «контуры». В них требовалось воспроизвести несколькими геометрическими фигурами небольшого размера контуры геометрических фигур относительно большого размера.

В первой задаче нужно было воспроизвести контур равностороннего восьмиугольника из четырех трапеций, равных между собой по площади и длине всех сторон, равнобедренных, с углом при основании 45° , во второй — контур равностороннего треугольника из трех равных по площади и длине сторон равнобедренных трапеций, имеющих при основании угол в 30° , в третьей — контур равностороннего шестиугольника из трех равных (по площади и длине сторон) равнобедренных трапеций, имеющих при основании угол 60° .



В основе построения и решения трех задач на воспроизведение контуров этих видов геометрических фигур лежит такое отношение равных и равнобедренных трапеций, которое позволяет с помощью разного их числа и разной величины угла при основании воспроизводить самые разные геометрические фигуры. Иначе говоря, исходным существенным отношением для построения контура любой геометрической фигуры из равнобедренных трапеций выступает равенство последних по площади и длине всех сторон и углу при основании. Это отношение лежит в основе весьма обширного класса задач на воспроизведение контуров разных геометрических фигур.

Вместе с тем из данных трех две задачи построены так, что относятся к одному подклассу отмеченного класса, а одна к другому. Так, в первой и третьей задачах упомянутое отношение трапеций реализуется при воспроизведении контуров фигур так, что необходимо трапеции располагать основаниями внутри конту-

ра. При этом стороны трапеций, противоположные основанию, и боковые стороны «воспроизводят» (последние касаясь друг друга вершинами углов при основании) все вместе контур геометрической фигуры-образца. Во второй задаче это исходное отношение реализуется иначе: трапеции располагаются основаниями наружу, образуя тем самым контур равносоставленного треугольника.

Таким образом, исходное для всего класса задач отношение равных и равнобедренных трапеций реализуется в этих трех задачах по-разному. Установление этого обстоятельства испытуемым свидетельствует, по нашим представлениям, о выделении им не только общих существенных характеристик содержания решаемого класса задач, но и содержательно различных характеристик в этом содержании. Это позволяет ему впоследствии легко типизировать задачи и соответственно квалифицировать выполненные им решения задач как решения, полученные с помощью рефлексии, т. е. с помощью осознания существенной общности своих действий при решении задач одного и того же подкласса — первой и третьей.

Эксперимент по методике «контуры» проходил следующим образом. Экспериментатор сначала объяснял ребенку, что предлагаемые ему маленькие четырехугольники из картона называются трапеции. Далее он говорил, что одни части трапеции называются ее сторонами (при этом он проводил пальцем по нижнему и верхнему основаниям, а также по обоим боковым сторонам), а другие углами (показывались четыре угла трапеции). После этого экспериментатор предлагал ребенку самостоятельно назвать и показать (уже на материале другой трапеции), где у нее те или иные части. Это было необходимо для беседы после решения трех задач, когда ребенка спрашивали об их сходстве и различии.

Затем ребенку предлагалось первое задание — воспроизвести из четырех трапеций контур восьмиугольника. При этом лист-образец, на котором был начерчен его контур, находился на столе в некотором отдалении от ребенка, а четыре трапеции ему предлагалось составлять друг с другом прямо перед собой. Следовательно, ребенку нужно было воспроизводить контур, лишь глядя на него, а не составлять трапеции внутри этого контура, на самом листе-образце.

После выполнения этого задания либо самостоятельно, либо с помощью экспериментатора, подобным же образом предлагались для решения и две другие задачи: воспроизведение контуров треугольника и шестиугольника. При этом в результате решения трех задач перед ребенком на столе находились: прямо перед ним три фигуры, составленные из картонных трапеций, и на следующем плане (более отдаленном, за ними) три листа с контурами восьмиугольника, треугольника и шестиугольника.

В этой обстановке экспериментатор говорил ребенку: «Ты решил три задачи. В каждой из них нужно было составлять из трапеций какую-нибудь фигуру, такую же как на листе. Много детей решало эти же три задачи, составляли эти фигуры. Одни сказали, что эти задачи разные, другие — что они похожи, третьи — что эти задачи делятся на две группы: две похожи, а одна от них отличается. Как ты думаешь, кто из детей сказал правильно?»

Надо специально отметить, что экспериментатор беседовал только с теми испытуемыми, кто либо сам, либо с его помощью все задачи решил успешно. Были однако и такие дети, которые даже с помощью экспериментатора не могли решить некоторые задачи, обычно на составление контура шестиугольника, правильно, — в частности, они не приняли помощь, состоящую из демонстрации верного расположения одной из трех трапеций. С детьми последней группы эксперимент заканчивался и беседа не проводилась.

На основании того, как дети характеризовали успешно решенные ими задачи, было выделено три группы. Дети первой группы считали, что все задачи разные, потому что «...езде составляются разные фигуры...» или потому что «...во всех задачах были разные трапеции». Другая часть детей этой группы считала, что все задачи похожи, потому что «...езде нужно составлять трапеции друг с другом...» или потому что «...в каждой задаче нужно сделать так, как на листе...». Еще одна часть детей считала, что здесь две группы задач, потому что «...в первой и третьей задачах круглые фигуры, а во второй — острая...» или потому что «...во второй и третьей задачах внутри получился треугольник, а в первой — квадрат...».

Можно сказать, таким образом, что во всех этих случаях дети указывали на несущественные особенности, которые были случайными по отношению к успешному решению задач или на **такое**, которые можно было обнаружить и не прибегая к фактическому составлению контуров, лишь глядя на предложенные листы-образцы.

Дети второй группы характеризовали эти же задачи иначе. Они считали, что они похожи, потому что «...во всех задачах трапеции нужно прикладывать кругом...» или потому что «...езде нужно трапеции положить закрыто...». При этом они обычно сопровождали свой ответ характерным движением обеих рук, имитирующим то замкнутое, связанное расположение трапеций, о котором они говорили.

Дети третьей группы указывали на типичные особенности способа решения задач разных подклассов. Так, они говорили, что «...первая и третья задачи похожи, потому что в них трапеции соединяются углами, а во второй задаче сторонами...» или «...вторая задача отличается от двух других, потому что в ней углы трапеций входят в углы треугольника, а в первой и третьей по-другому...» и т. п.

Интересно отметить такие особенности. Для детей первой группы было характерным составление контура без предварительного планирования и достаточно развернутой поисково-опробовающей активности, связанной, например, с примериванием того, как вообще будут располагаться трапеции внутри контура, и, исходя из этого, уже решать вопрос о том, как расположить первую (одну) трапецию внутри контура. Иначе говоря, они до фактического манипулирования с трапециями не предполагали, не проигрывали того, как лужко их прикладывать друг к другу, как располагать основаниями, внутрь или наружу.

Обычно они, поставив как-нибудь первую трапецию, начинали прикладывать к ней вторую, затем третью и четвертую, постоянно соотнося в процессе такого прикладывания получаемый результат с образцом. Точно также, путем проб и ошибок, постоянных поправок и исправлений, а часто и с помощью экспериментатора, они составляли контур каждой фигуры. Такое поэлементное составление контуров, пошаговое решение задач почти во всех случаях приводило к тому, что эти дети не могли относительно долго (по сравнению с двумя другими задачами) правильно решить третью задачу, где требовалось составить из трех трапеций равносторонний шестиугольник. В связи с этим многим детям, особенно первого класса, приходилось разрешить составлять контур не на столе, а прямо на том листе, на котором он был изображен, т. е. на листе-образце. И лишь после этого они смогли правильно решить задачу, уже с помощью составления трапеций, лишь глядя на контур, изображенный на листе-образце.

По-другому решали эти же задачи дети второй группы. Они в первой задаче, как правило, старались, глядя на контур и взяв в руку одну из трапеций, «прикинуть», поворачивая трапецию в воздухе над контуром, как будут располагаться все четыре трапеции. И лишь после этого приступали к фактическому составлению всех четырех трапеций и располагали их сразу правильно.

Несколько меньше времени эта фаза предварительной ориентации с помощью манипулирования в воздухе одной трапецией занимала при решении второй задачи и значительно больше при решении третьей. Надо сказать, что, как уже отмечалось, третья задача оказалась самой трудной, поскольку шестиугольник был равносторонним, как и треугольник, но выкладывался иначе, путем составления трех своих сторон из боковых сторон двух разных трапеций, т. е. не так просто, как треугольник.

Иногда эти дети тоже не могли найти правильного решения принятым ими методом (т. е. путем примеривания в воздухе одной трапеции над контуром шестиугольника) и переходили к манипулированию на столе. Но в отличие от детей первой группы эти манипуляции не были хаотичными, а подчинялись, как можно было заметить, общей идее о том, что трапеции должны образовывать круг, и поэтому были относительно недолгими.

Много общего в решении этих задач было у детей второй группы с детьми третьей. В частности, у них также очень отчетливо выделялась поисково-опробовающая активность, выраженная в образном примеривании расположения трапеций для правильного воспроизведения данного контура. Но в отличие от детей второй группы они не свертывали этой активности при решении второй задачи, говоря «...здесь по-другому...», а найдя возможность правильного решения третьей задачи, обычно объясняли, что «...здесь также, как в первой задаче, углами...» или «...опять, как в первой, не плотно...» и т. п.

В эксперименте этого исследования участвовало по одному классу детей, проучившихся один, два и три года в начальной школе.

В результате его проведения оказалось, что в первом классе смогли осознать общий способ в своих действиях при решении задач лишь восьмая часть учеников, во втором классе — четвертая, в третьем классе — почти половина. Эти данные свидетельствуют о связи различий в характере осознания детьми своих действий с их возрастом: к концу обучения в начальной школе число учеников, способных осуществить содержательное обобщение задач, увеличивается (в частности, по сравнению с первым классом) в четыре раза.

Второе из названных исследований проводилось на материале комбинаторных задач, условно названных «взаимобмен букв», решаемых в наглядно-образном плане с письменной записью результатов решения. Сначала детям разъяснялись формальные правила решения таких задач на простом материале типа: «К Р С преобразовать за одно перемещение букв в Р К С». Детям рассказывалось, что за одно перемещение в этих задачах принимается одна взаимная перестановка любых двух букв или один взаимобмен местами любых двух букв. Затем на материале двухходовой задачи типа «П М В Т преобразовать в В Т П М» разъяснялось, что в ней требуется выполнить два взаимных перемещения букв. Их нужно производить мысленно с буквами, расположенными слева. Расположение этих букв называется начальным, а расположение букв справа называется требуемым. При этом указывалось, что смысл задачи в два хода состоит в том, чтобы буквы начального расположения после двух мысленных перестановок оказались в требуемом расположении.

Здесь же экспериментатор объяснял, что, сделав мысленно первое перемещение, нужно записать полученный результат, т. е. показать, какое расположение заняли все буквы после одной перестановки. Также нужно поступить и после второго мысленного перемещения. Демонстрировалась запись решения двухходовой задачи: 1) П Т В М; 2) В Т П М.

Затем экспериментатор показывал, как можно решить за два хода задачу типа: «Р М К преобразовать в К Р М». После этого ребенку давался лист с задачами.

Тренировочные задачи

- 1) Р Д Ш — Ш Р Д (два действия)
- 2) М Г Д — Г Д М (два действия)

Основные задачи

- 1) П С В К — С В К П (три действия)
- 2) Р М Б Н — Б Р Н М (три действия)
- 3) Г Л Т Ш — Л Т Ш Г (три действия)

Мнения

- 1) Все основные задачи похожи.
- 2) Все основные задачи разные.
- 3) Первая и вторая основные задачи похожи, а третья от них отличается.
- 4) Первая и третья основные задачи похожи, а вторая от них отличается.
- 5) Вторая и третья основные задачи похожи, а первая от них отличается.

Затем предлагалось решить первую тренировочную задачу на листе с задачами. Ее решение экспериментатор проверял, допущенные ошибки разбирались и предлагалась следующая тренировочная задача, решение которой тоже проверялось. Лишь после того, как экспериментатор убеждался, что ребенок научился правильно справляться с заданиями и записывать их решение, он разрешал приступить к основным задачам. При этом обычно напоминались правила записи: после каждого мысленного перемещения буква нужно его результат фиксировать, а остальные буквы переписать на тех же местах, где они стояли раньше.

Основные задачи экспериментатор не проверял. После их решения ему давали прочитать пять мнений об условиях основных задач, расположенных в нижней части листа, подумать и написать номер того мнения (обязательно одного из пяти), с которым ученик согласен. Рядом с номером мнения нужно коротко написать аргумент, почему ученик согласен именно с этим мнением, почему он считает его самым верным. Затем проводится беседа, где ребенок более пространно объясняет свой выбор. Если ребенок не решил все задачи правильно и не принимал определенной помощи экспериментатора, то беседа с ним не проводится.

Следует сказать, что три основные задачи принадлежат объективно к двум подклассам одного класса. В основе их построения лежит исходное и всеобщее отношение мест, занимаемых одними и теми же буквами в начальном и требуемом расположении, и решение, которое с необходимостью предполагает перемещение одной буквы несколько раз, а остальных — по одному.

При этом первая и третья задачи подобраны так, что они относятся к одному подклассу задач указанного класса, а вторая — к другому. В первом случае отношение мест букв в обоих расположениях было идентичным: вторая, третья и четвертая буквы (считая слева направо) в начальном расположении оказывались в результате трех действий как в конечном расположении, т. е. соответственно, на первом втором и третьем местах, а буква, занимающая в начальном расположении крайнее левое место, оказывалась в результате трех действий на крайнем правом месте.

Иная структура была заложена в основе построения и решения второй задачи. Она построена так, чтобы буквы, стоящие в начальном расположении рядом (т. е. занимающие соседние места), оказались в результате трех перемещений как в конечном расположении, т. е. в иных пространственных отношениях: перестали бы находиться на соседних местах. И наоборот, буквы, находившиеся в начальном расположении не рядом, в результате трех действий оказались на соседних местах.

Эксперименты проявили особенности решения этих задач испытуемыми разных групп. Дети выбирали разные суждения о задачах. Школьники первой группы, т. е. те, кто успешно решил все задачи, в одном случае считали, что правильно первое суждение, потому что «...езде пужно буквы переставлять...» или «...во всех задачах буквы...» или «...в каждой задаче три действия...». В другом случае они считали, что все задачи разные (выбирали второе суждение), потому что «...езде разные буквы...». Очень редко выбирали третье суждение, потому что «...в третьей задаче есть шипящая буква, а в других — нет...».

Дети второй группы выбирали первое суждение, потому что «...во всех задачах буквы переставляются так, что она несколько раз...», а ученики третьей группы — четвертое суждение. Часть из них считала, что «...в первой и третьей задачах буквы переставляются одинаково, а во второй — по-другому...» или «...в первой и третьей задачах буквы идут подряд, а во второй — по-разному...».

Рассмотрение результатов этого исследования показало, что дети третьей группы составляют среди учеников первого класса двенадцатую часть, во втором — шестую, в третьем — одну треть. Сравнение с результатами предыдущего исследования подтверждает последние: действительно число детей, содержательно группирующих задачи, увеличивается по мере обучения в начальной школе.

Для большей обоснованности этого вывода было проведено третье исследование, где школьники решали логические задачи «возраст». Им давались листы с условиями шести тренировочных и трех основных задач, а также с пятью мнениями об основных задачах, например:

Тренировочные задачи

- 1) Через 5 лет Мише будет столько же лет, сколько Вите сейчас. Кто из мальчиков старше?
- 2) Через 7 лет Марине будет столько же лет, сколько Нине сейчас. Кто из девочек моложе?
- 3) Через 4 года Вася будет старше, чем Дима через 4 года. Кто из ребят моложе?
- 4) Через 3 года Наташа будет моложе, чем Коля через 3 года. Кто из ребят старше?
- 5) Через 6 лет Игорю будет меньше лет, чем Вове сейчас. Кто из мальчиков старше?
- 6) Через 8 лет Наде будет меньше лет, чем Гале сейчас. Кто из девочек моложе?

Основные задачи

- 1) Через 18 лет Иванову будет на 13 лет больше, чем Борисову сейчас. Кто старше?
- 2) Через 12 лет Владимирову будет на 17 лет больше, чем Гордееву сейчас. Кто старше?
- 3) Через 16 лет Данилову будет на 11 лет больше, чем Егорову сейчас. Кто старше?

Мнения

- 1) Все основные задачи похожи.
- 2) Все основные задачи разные.
- 3) Первая и вторая основные задачи похожи, а третья от них отличается.
- 4) Первая и третья основные задачи похожи, а вторая от них отличается.
- 5) Вторая и третья основные задачи похожи, а первая от них отличается.

Затем предлагалось приступить к решению тренировочных задач. При этом экспериментатор отвечал на возникающие у детей вопросы и объяснял, что после выполнения заданий нужно внимательно прочесть пять указанных на листе мнений и выбрать только одно из них, которое считает верным. Номер этого мнения написать на листе с ответами и коротко объяснить, почему оно самое верное.

Следует отметить, что в основе всего класса задач лежит отношение возраста двух людей. Данные задачи относятся к двум подклассам этого класса задач. В основе одного из них (первая и третья задачи) лежит ситуация, при которой один из двух

участников через некоторое время окажется старше другого на такое количество лет, которое больше, чем количество прошедшего времени, и, значит, второй участник старше первого. В основе второго подкласса лежит другая ситуация, при которой один из двух участников через некоторое время окажется старше другого на такое количество лет, которое меньше, чем меньше прошедшее время, значит, первый участник старше второго.

Результаты экспериментов позволили выделить три группы детей. К первой группе были отнесены дети, которые либо не могли решить какую-нибудь из основных задач, либо, решив их правильно, выбрали мнение и обосновали его с опорой на несущественные моменты особенностей условий основных задач. Ко второй группе были отнесены школьники, правильно решившие основные задачи и выбравшие первое мнение с соответствующим обоснованием. В третью группу вошли дети, тоже конечно правильно решившие все основные задачи, но выбравшие четвертое мнение с соответствующим обоснованием.

Для учеников первой группы при решении основных задач было характерно следующее. Как правило, они много раз читали задачу вслух и шепотом, пытались не рассуждать, а угадать, кто же из участников старше. Ряд детей пытался рассуждать, но обычно они начинали с неверных посылок: они предполагали, что второму персонажу должно быть столько-то лет, и затем, исходя из этой предполагаемой посылки, хотели построить вывод. В другом случае они предполагали, что первому персонажу должно быть столько-то лет уже в будущем, с учетом указанного в задаче временного промежутка.

Правда, часть этих детей, несмотря на такое неверное начало, все же в итоге правильно решила все основные задачи (причем не только с помощью экспериментатора, но и самостоятельно). После решения основных задач они либо считали, что все задачи похожи, потому что «...езде спрашивается, кто старше...» или потому что «...езде говорится, что через несколько лет будет больше...»; либо считали, что все задачи разные, потому что «...езде разные люди...» или потому что «...езде разные числа...».

Для детей второй группы было характерно следующее. Они обычно не перечитывали условие задачи много раз, а пытались сразу рассуждать, чтобы узнать, — об этом можно было судить по их высказываниям, а также по ходу развертывающегося рассуждения, — не просто, кто из двух участников старше, а вообще, в каком они находятся отношении, т. е. кто старше, а кто младше. С другой стороны, они очень редко начинали с неверных посылок, подобных тем, что использовались детьми первой группы, а чаще всего предполагали то, какое число лет первому персонажу сейчас, в настоящее время и далее, отталкиваясь от этого предположения, выводили все остальные задачи.

После решения основных задач эти дети выбирали, как отмечалось, первое суждение, считая, что все задачи похожи, потому

что «...везде один человек старше, а другой моложе...» или потому что «...каждый раз кто-то старше, а кто-то моложе...». Тем самым можно сказать, что они указывали на существенную для построения и решения всех этих задач характеристику их содержания.

Для школьников третьей группы было характерно следующее. Как и дети второй группы, они использовали при решении основных задач рассуждение и размышление (а не гадание, как дети первой группы), но в отличие от них они при решении второй задачи часто отмечали ее отличие от первой, говоря «...а здесь по-другому...» или «...а тут этот младше...», а при решении третьей задачи, как правило, «узнавали» в ней первую, отмечая, что «...здесь опять, как вначале, второй старше первого...» или «...в этой задаче, как в первой, первый моложе второго...».

Можно сказать, таким образом, что эти дети выделяли, судя по их высказываниям, а также и по содержанию их обоснования четвертого суждения («...похожи первая и третья, потому что в них старше второй человек...» или «...вторая задача отличается, потому что в ней старше первый человек, в других второй...») в решаемых ими задачах существенное различие, относя их, таким образом, объективно к двум подклассам предложенного класса задач.

Осмысление полученных данных показало, что в первом классе дети третьей группы составляют лишь двенадцатую часть, во втором — десятую, в третьем — пятую. Так же, как и в двух предыдущих исследованиях, число детей с каждым годом удваивается.

Итак, данные трех последних исследований позволяют достаточно обоснованно говорить о том, что различия в содержании осознания детьми своих действий при решении задач связаны с тем, какое время ребенок проучился в школе: чем больше это время, тем больше детей осваивают возможности выделять в своих действиях общность их способа выполнения при решении объективно однородных задач.

В завершение обсуждения вопросов, связанных с изучением особенностей осознания детьми своих действий при решении задач, интересно рассмотреть возможности формирования у них способности исследовать свои действия с целью выделения существенной общности в условиях классной работы.

Одним из условий реализации таких возможностей будет организация учителем работы, в ходе которой школьники обращаются к собственным действиям, подмечают их особенности.

С одной стороны, такую работу целесообразно проводить в форме отчета о ходе решенных задач. Это способствует развитию у учащихся умения соотносить способ решения задачи с особенностями ее содержания, с отношениями объектов, которые лежат в основе ее построения.

С другой стороны, анализировать собственные действия полезно в форме предварительного обсуждения разных способов ре-

шения задачи как верных, так и неверных. Это поможет детям точнее контролировать свои действия в ходе выполнения и оценивать, насколько они правомерны в данных условиях.

Для осознания школьниками общего способа своей работы полезно коллективно рассматривать, к одному или к разным типам принадлежат задачи, насколько и в чем сходны или различны способы их решения, по каким особенностям совпадают или не совпадают их условия. Важное значение имеет составление задач. При этом целесообразно придумывать задачи, которые решаются иным способом, чем задача-образец.

Все отмеченные виды учебной работы создают при регулярном их проведении хорошие условия для детального контроля и объективной оценки детьми собственных действий. Это поможет в конечном итоге повысить у них уровень осмысленности и обоснованности способов решения задач.

Вместе с тем в зависимости от того, как осознают свои действия дети при решении задач разного вида, с ними нужно вести разную работу. Ученикам, осознающим общий способ своих действий, при решении меньшей части представленных видов задач целесообразно предложить изменять задачу-образец так, чтобы она решалась в одних случаях тем же, а в других случаях иным, чем раньше, способом.

Если школьники большую часть представленных видов задач решают, осознавая общий способ своих действий, то имеет смысл предлагать им творческие задания, связанные с самостоятельным составлением новых двух задач, либо построенных по-разному и решаемых общим способом, либо построенных по-разному и соответственно решаемых разными способами. При этом в одних случаях у обеих задач должны быть внешние особенности условий и много общего, а в других случаях — мало. Придумывание новых задач способствует умственному развитию всех детей.

ОСОБЕННОСТИ ПЛАНИРОВАНИЯ РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧ

Возможности человека в планировании решения задач определяются сформированностью способности действовать в уме. Характеризуя эту способность, прежде всего уместно вспомнить известное замечание К. Маркса о принципиальном различии поведения человека и животных: «Паук совершает операции, напоминающие операции ткача, и пчела постройкой своих восковых ячеек посрамляет некоторых людей-архитекторов. Но и самый плохой архитектор от наилучшей пчелы с самого начала отличается тем, что, прежде чем строить ячейку из воска, он уже построил ее в своей голове» (К. Маркс, Ф. Энгельс. Соч., т. 23.— С. 189).

В этой цитате очень четко отражена первая характеристика способности действовать в уме — возможность человека заранее представить то, что получится в результате его усилий, возможность иметь образ будущего результата, образ того, что еще реально не существует, что нельзя воспринять.

Вторая характеристика этой способности связана с возможностью спланировать путь достижения поставленной цели, разработать мысленно способ получения предполагаемого результата в конкретных условиях. Обращаясь к примеру с пчелой, можно сказать, что для успешного строительства архитектору недостаточно иметь представление лишь о самой постройке, ему нужно еще также предварительно «построить в голове» и способ возведения этой постройки, пригодный в данных обстоятельствах.

В целом можно сказать, что в уме (т. е. с образами вещей, а не с самими вещами) человеку приходится действовать тогда, когда он должен заранее знать результат своей деятельности и способ его получения, а также их соответствие друг другу. Лишь в этом случае можно добиться успеха в сложившейся обстановке, соотнося намеченный план действий с ее особенностями.

Хорошо развитая способность действовать в уме — важное условие успеха в познании природы.

Так, в работе ученого часто используется мысленный эксперимент как способ проверки возникающих гипотез. Особая роль, которую играет оперирование в воображаемом (мысленном) плане в разработке научной теории, связана с тем, что, применяя этот прием, человек может поставить изучаемые объекты в такие условия, которые практически создать невозможно. Так поступал

Галилей при изучении законов движения, мысленно представляя поведение тел при отсутствии силы трения. Эйнштейн при создании теории относительности строил мысленно практически невозможные ситуации. Характерен известный парадокс о двух близнецах. Его смысл состоит в том, что близнецы будут стариться с разной скоростью, если один из них будет жить на Земле, а другой — в ракете, летящей в космическом пространстве с около-световой скоростью. Это следует из того, что скорость движения Земли во много раз меньше скорости света. Не менее важную роль воображение играет и в художественной деятельности. Л. Н. Толстой, например, отмечал, что очень трудно «обдумать и придумать все, что может случиться со всеми будущими людьми предстоящего сочинения...» Многие живописцы и композиторы также подчеркивали, что одним из необходимых этапов в создании произведения искусства является предварительная мысленная проработка его композиции.

Можно сказать, что специальные усилия по прогнозированию результатов своей деятельности, продумыванию способов ее осуществления, по мысленному проигрыванию организации и конкретной реализации этих способов имеют место в деятельности человека любой профессии, выступают решающим условием мастерства педагога и конструктора, балерины и полководца, токаря и повара, парикмахера и столяра.

Согласно данным возрастной психологии, наиболее интенсивно способность действовать в уме развивается именно в школьном возрасте, когда формируются основные навыки учебной деятельности. Характеризуя новые качества психики, которые появляются у детей в это время, В. В. Давыдов указывает (1973): «Чем больше «шагов» своих действий может предусмотреть ребенок и чем тщательнее он может сопоставить их разные варианты, тем более успешно он будет контролировать фактическое решение задачи. Необходимость контроля и самоконтроля в учебной деятельности, а также ряд других ее особенностей (например, требование словесного отчета, оценка) создают благоприятные условия для формирования у младших школьников способности к планированию и выполнению действий про себя, во внутреннем плане».

Как уже указывалось выше, для решения задач теоретическим способом необходим высокий уровень способности действовать в уме.

С одной стороны, это вызвано особенностями действия анализа, связанного с мысленным изменением условий задачи (абстрагированием ряда данных) для выделения существенных отношений. С другой — интенсивная умственная работа требуется для выполнения рефлексивного действия, которое характеризуется размышлением человека о способе своих действий для его обобщения. Это размышление предполагает мысленное соотнесение способа решения задачи с существенными отношениями ее дан-

ных. Вместе с тем действие моделирования также предполагает способность действовать в уме. Это следует из того, что соотношение замещаемого и замещающего объектов может осуществляться только в уме.

Применительно к обсуждаемому возрасту развитие способности действовать во внутреннем плане (или, что то же самое, развитие внутреннего плана действий, ВПД) наиболее тщательно исследовал Я. А. Пономарев. Он разработал особую схему задания. Сначала ребенок обучался простому предметному действию (например, отдельному ходу какой-нибудь шахматной фигуры), а затем ему предлагались задачи, где требовалось самостоятельно продумать последовательность этих действий (из ходов шахматной фигуры — коня, ладьи, слона и т. п., чтобы съесть пешку).

В одних случаях ребенку разрешалось смотреть на шахматное поле с расставленными на нем фигурами, а в других — название клеток поля, их расположение и исходную расстановку фигур предлагалось запомнить и решать задачу, мысленно перемещая фигуры. В самом общем плане считалось, что у тех детей, которые могут решать задачи с большим числом ходов, не глядя на игровое поле, способность действовать во внутреннем плане (или просто внутренний план действий — ВПД) развита лучше, чем у детей, которые не могут решать задачи без опоры на наглядность и с большим числом ходов.

Исследуя у младших школьников (I—IV классы) мышление на материале разных конкретных заданий (построенных по указанной схеме), Я. А. Пономарев установил и описал пять этапов в развитии ВПД. Первый этап (так называемый этап фона) характеризуется тем, что ребенок может мысленно представить себе расположение фигур на игровом поле, но не в состоянии «перемещать» их из одной клетки поля в другую. На этом этапе дети могут, например, нарисовать (вообразить) дерево вверх корнями или дом вниз крышей, но непосильным для них оказывается изобразить (представить) отдельные этапы поворота их в нормальное положение. Как пишет Я. А. Пономарев, дети «не способны именно действовать во внутреннем плане» с имеющимся у них образцами вещей.

На втором этапе школьники представляют перемещения предметов, если раньше они совершали их реально, и не могут мысленно спланировать новую последовательность перемещений, еще не опробованную на предметах.

На третьем этапе дети уже могут мысленно перемещать воображаемые предметы и планировать новую последовательность действий. Однако эта последовательность предельно коротка, поскольку при решении задачи, где нужно построить относительно длинную цепь действий, дети «теряют», «не удерживают» (забывают) либо начальный пункт (из которого началось перемещение предмета), либо конечный (в который нужно его переместить).

Кроме того, новая последовательность на этом этапе еще не может быть построена во внутреннем плане (не глядя на доску) сразу правильно, без проб и ошибок.

Четвертый этап развития ВПД соответствует умению строить быстро и безошибочно небольшую последовательность действий (ошибки допустимы лишь в тех задачах, где нужно построить относительно длинную серию перемещений предметов). Дети еще не в состоянии мысленно построить общий план решения задачи с большим числом действий и рассчитать их заранее.

Высший этап развития ВПД — пятый — характеризуется способностью детей полностью управлять своими действиями (по мысленному перемещению воображаемых предметов) во внутреннем плане, уверенно разрабатывать с самого начала общий план, программу выполнения значительного числа действий.

В указанной работе Я. А. Пономарева установлено также, как продвигаются дети по указанным этапам развития ВПД в период обучения в начальной школе. Так, в 1 классе в сентябре 42% детей находятся на первом этапе развития ВПД, 32% — на втором, 21% — на третьем, 4% — на четвертом и 1% — на пятом, а уже в мае картина иная: на первом этапе — лишь 9% детей, на втором — 35%, на третьем — 40%, на четвертом — 11%, на пятом — 5%. После второго и третьего годов обучения происходят дальнейшие изменения в распределении детей. Первый этап прошли все дети, на втором находятся 14 и 10%, на третьем — 56 и 44%, на четвертом — 22 и 34%, на пятом — 8 и 12%.

Таким образом, при обучении в начальной школе приблизительно половина детей достигла уровня третьего этапа ВПД, а другая половина — четвертого (в основном) и пятого этапов. Иначе говоря, к концу начальной школы одна часть детей может самостоятельно мысленно решать задачи с небольшим числом действий, а другая (равная первой) справляется и с более сложными задачами.

Если попытаться сделать градацию уровней, предложенную Я. А. Пономаревым, более общей и менее дробной, то можно выделить три основные группы детей. В первую (группу с «нулевым» уровнем развития планирования) войдут те дети, кто не может мысленно спланировать минимальную последовательность (т. е. из двух) действий, — к ним можно отнести детей с 1 и 2 уровнями (этапами) развития ВПД (по Я. А. Пономареву).

Во вторую (группу с «частичным», поэтапным, пошаговым планированием) войдут дети, которые могут успешно спланировать отмеченный вид последовательности (т. е. из двух действий), но не в состоянии сразу, без ошибок представить последовательность из трех и, тем более, из четырех действий, — к ним можно отнести детей с 3 этапом развития ВПД (по Я. А. Пономареву).

В третью (группу с «целостным планированием») войдут дети, которые могут успешно спланировать последовательность из трех и более действий, — понятно, что в зависимости от количества действий эта группа легко делится на подгруппы, например, так, как предложено у Я. А. Пономарева: дети с 4 этапом развития ВПД (хорошо планируют 3 действия, но ошибаются при наметке 4 действий) и дети с 5 этапом развития ВПД (хорошо планируют 4 действия).

В ряде наших исследований изучался вопрос о связи различий в планировании с характером решаемых задач. В одном из исследований использовались 10 задач «игры в повтор», например:

Задачи в 1 действие

№ 1

2	0	0
1	+	+
	A	B

7	4
7	4

№ 2

2	0	+
1	0	+
	A	B

8	8
5	5

Задачи в 2 действия

№ 3

2	0	+	+
1	-	-	0
	A	B	C

4	7	5
4	7	5

№ 4

2	0	+	0	-
1	+	-	§	§
	A	B	C	D

3	8	5	5
6	3	8	6

Задачи в 3 действия

№ 5

3	0	-	-
2	-	+	+
1	+	0	0
	A	B	C

9	8	9
8	9	4
8	4	4

№ 6

3	-	+	0
2	-	0	+
1	0	+	-
	A	B	C

5	5	7
5	7	6
6	6	7

Задачи в 2 действия

№ 7

3	+	0	0
2	-	+	+
1	0	-	-
	A	B	C

7	8	7
8	6	8
6	7	6

№ 8

3	-	+	-
2	0	-	0
1	+	0	+
	A	B	C

6	5	5
5	8	8
8	6	6

Задачи в 3 действия

№ 9

3	+	-	-	0
2	§	§	+	0
1	-	0	§	+
	A	B	C	D

4	8	4	5
8	5	7	5
7	8	4	7

№ 10

3	§	§	+	0
2	-	0	§	+
1	+	-	-	0
	A	B	C	D

9	5	7	5
7	9	6	7
6	9	6	5

Решение этих задач предполагало опосредствованное воспроизведение порядка знаков в одном из расположений элементов условий задач с помощью преобразования порядка знаков в другом расположении элементов условий. Для этого в левом расположении использовались знаки одного рода (символы), а в правом — другого (цифры). Расстановка цифр в клетках игрового поля, расположенного справа, выступала образцом, который следовало воспроизвести (повторить) путем определенного (требуемого) количества ходов по определенным правилам символов.

Например, даны два расположения знаков: Р, Р, Т и 5, 7, 7. Требуется буквы расставить так же, как стоят цифры, т. е. чтобы одинаковые буквы были на тех же местах, что и одинаковые

цифры. При этом нужно соблюдать правило: за одно перемещение, одну перестановку принимается одновременный обмен местами любых двух букв. Понятно, что решение этой простейшей задачи «игры в повтор» состоит во взаимной перестановке, взаимном обмене местами двух крайних букв, Р и Т.

Для успешного решения задачи «игры в повтор» требуется: в одном расположении выявить группы одинаковых знаков, количество знаков в группах и размещение этих групп по игровому полю, выявить то же самое в другом расположении, соотнести размещения одинаковых символов и цифр, выделить несовпадающие среди символов по отношению к размещению одинаковых цифр, обозначить, установить соответствие одинаковых символов по отношению к одинаковым цифрам, реализовать установленное функциональное соответствие символов и цифр в пространстве, — путем перемещения символов за требуемое количество ходов. Понятно, что возможность решить задачу успешно зависит не только от развития воображения (как это имеет место, по нашему мнению, при решении задач «игра в 5»), но и, главным образом, от умения рассуждать, мыслить опосредствованно и отвлеченно.

Все 10 задач «игры в повтор» по конструктивной сложности делятся на две большие группы. В первую группу входят задачи №№ 1—2 (в одно действие), №№ 3—4 (в два действия), №№ 5—6 (в три действия). Характерной структурной особенностью этих задач является то, что их условия допускают разные варианты обозначения одинаковых цифр (в расположении-образце) символами из другого расположения. Так, например, в задаче № 5 цифры 6 (шестерки) можно обозначить и с помощью крестиков, и с помощью кругов, и с помощью черточек. В любом случае эту задачу можно решать успешно за три действия, за три взаимных обмена местами символов.

Так, если принять, что каждый символ и каждая цифра занимают на игровом поле место, обозначенное сочетанием буквы и цифры, то варианты решения задачи № 3 будут такими: А) 1 действие: А2-В1, 2 действие: В1-В2; Б) 1. А2-В2, 2. А1-В2.

Во вторую группу входят задачи №№ 7 и 8 (в два действия); №№ 9 и 10 (в три действия). В основе построения всех этих задач лежит однозначное соответствие одинаковых цифр и символов, т. е. лишь один вариант обозначения символами одинаковых цифр в расположении-образце позволял получить успешный результат.

Например, в задаче № 9 следует выполнить такие три хода для ее успешного решения: 1) В1 ... В2; 2) В3 ... В1; 3) А1 ... А3. Эти ходы можно выполнить в любом порядке и все равно задача будет решена верно, поскольку единство этих трех ходов, их функциональная взаимосвязь и составляет то целостное образование, планирование которого необходимо.

Дело в том, что в этой задаче на местах трех восьмерок расположены черточка, круг и знак параграфа, на местах трех семе-

рок — два крестика и черточка, на местах трех пятерок — два круга и знак параграфа, на местах трех четверок — знак параграфа, крестик, черточка. Символы распределены следующим образом: в двух случаях на местах трех одинаковых цифр размещены по два одинаковых символа (в частности, на местах семерок и пятерок), а в двух случаях на местах трех одинаковых цифр размещены три разных символа — на местах восьмерок и четверок.

В наших экспериментах дети решали задачи «игры в повтор» письменно: они должны были находить решение «в уме», лишь глядя на расположения символов и цифр, а результаты воображаемых перемещений записывать, используя обозначения мест, занимаемых символами. По результатам было выделено две группы детей: «частичники» и «целостники». В каждой группе было две подгруппы.

Для испытуемых одной подгруппы первой группы при решении задач №№ 3 и 4 было характерно то, что они использовали пошаговую стратегию в этих ситуациях. При этом ориентировка в условиях была частичной: например, они выделяли (задача № 4) в том расположении, где цифры, две тройки и, принимая, что так же, как эти две тройки, должны стоять круги, выполняли первое действие, меняя местами черточку (В1) и круг (В2). Затем, убедившись, что на местах двух пятерок стоят два одинаковых символа: одна черточка была первоначально, а другая переместилась в результате первого действия, — они обнаруживали, что на местах двух восьмерок стоят разные символы. Поэтому, принимая, что на местах восьмерок должны стоять крестики, они выполняли второе действие: крестик из клетки (А1) меняли с параграфом (В1).

Задачи №№ 5 и 6 эти испытуемые решали неверно. Обычно их стратегия заключалась в следующем. Посмотрев на условие, в частности на расположение цифр, они выискивали одинаковые цифры, например, две девятки (А3 и В2) или две восьмерки (А1 и А2). Характерно, что они выделяли по две одинаковых цифры, а не по три, — как это необходимо было в задачах. Такая «парная» ориентировка переносилась ими из решения предыдущих задач.

Выделив две одинаковые цифры, например, девятки (А3 и В2), они принимали, что этим девяткам должны соответствовать, например, два круга, и выполняли первое действие, перемещая, например, круг (В1) в клетку (В2). Затем, поскольку на местах девяток, по мысли этих испытуемых, должны быть круги, выполнялось второе действие с целью, чтобы третий круг был на месте третьей девятки, — действие В1—В3.

Далее они начинали приводить в соответствие остальные цифры и символы, на что уходило еще два или три действия. Подобным же образом они решали и задачу № 8: без предварительной общей ориентировки в условиях задач, без выделения групп по три одинаковых цифры, без составления общего плана приведе-

ния в соответствии расположения символов и расположения цифр, без учета того, что необходимо выполнить именно два действия. Таким образом, можно считать, что испытуемые использовали при решении этих задач «поэлементные» гипотезы, пошаговые, частичные, когда каждое исполнительное действие имеет свою ориентировку и не связано общим планом с другими: предыдущим и последующим. В этом случае сочетаются: частичная ориентировка в условиях задач — выделение какой-либо отдельной пары одинаковых цифр и пошаговое, поэлементное планирование хода решения — наметка и выполнение сначала одного действия, потом наметка и выполнение следующего действия и т. д.

Такая же стратегия решения использовалась ими и при решении задач №№ 7 и 8, в результате чего им не удавалось эти задачи решить за три действия: обычно они выполняли четыре или пять ходов, делая лишние перемещения.

Испытуемые второй подгруппы этой группы использовали ту же стратегию. Но при этом их отличие (от испытуемых первой группы) состояло в том, что они после решения задач (т. е. после выполнения действий) всегда осуществляли проверку того, чтобы на местах одинаковых цифр находились одинаковые фигурки. И хотя эти испытуемые не могли задачи №№ 5 и 6 решить за два действия (поскольку считали, что любая цифра может быть обозначена любым символом, не замечая наличия в них однозначного соответствия), им все же удавалось решить задачи №№ 7 и 8 за нужное количество действий — за три.

Именно здесь принципиальное различие в успешности решения задач I и II подгрупп. Испытуемые первой подгруппы не успевали решить задачи №№ 7 и 8 за три действия в основном потому, что они, часто правильно найдя за два хода соответствие для первой группы из трех одинаковых цифр, дальше, набирая вторую группу, забывали предыдущие результаты и снова изменяли соответствие фигурок и цифр. В частности, при решении задачи № 11 они выполняли такие действия: 1) A1—A2, 2) B1—B2, в итоге квадраты были расставлены как шестерки. Дальше они думали, что семерки должны обозначаться кругами, и, следовательно, выполняли еще два действия: 3) A2—A3, 4) B1—B3.

Испытуемые второй группы таких ошибок не допускали: они не забывали, какое соответствие фигурок и цифр возникает в результате первых двух действий и дальше, третье действие выполняли, уже исходя из нового соответствия. В частности, выполнив первые два действия в задаче № 7, они принимали, что семерки следует обозначать крестиками, а не кругами, потому что в итоге второго действия в клетке B1 оказался крестик, а в клетке A3 крестик был по условию задачи.

Таким образом, испытуемые второй группы были несколько более самостоятельны при решении задач (в частности, №№ 7 и 8), чем испытуемые первой группы: во-первых, они по своей инициативе проводили проверку решения задач после выполнения всех

действий, во-вторых, при выполнении последующих действий не пользовались результатом предыдущих.

Испытуемые второй группы смогли, как указывалось выше, решить успешно задачи №№ 5 и 6 с однозначным соответствием цифр и фигурок. Они решали задачи №№ 3 и 4 иначе, чем испытуемые первой и второй подгрупп. Первое отличие состоит в том, что испытуемые обсуждаемой группы производили общую ориентировку в условиях задач до выполнения действий. Эта ориентировка заключалась в том, что эти испытуемые выделяли по две одинаковые цифры, а также по два одинаковых символа в каждой группе.

При решении задачи № 3 они устанавливали, что на всех местах одинаковых цифр находятся разные символы, а затем намечали два действия, с помощью которых можно получить полное соответствие одинаковых цифр и символов. Некоторые испытуемые даже на этапе ориентировки помогали себе тем, что на том расположении, где были символы, они в клетках (либо во всех, либо в некоторых) писали цифры, которые (согласно условиям задачи) размещены в этих же клетках. Этим самым они облегчали планирование решения.

Другие испытуемые использовали пометки не на этапе ориентировки в условиях, а при планировании двух действий. Для этого они фигурку, которую намечали переместить, рисовали в углу той клетки, куда ее следовало переместить. Таким образом, ученик видел, что получится, если поменять местами намечаемые им символы.

Также общую ориентировку и выделение четырех пар знаков эти испытуемые использовали и при решении задачи № 4. В отличие от учеников предыдущих двух групп, эти испытуемые, как правило, начинали первое действие с установления соответствия двух символов шестеркам, т. е. с действия: 1) A1—B1, а не с действия B1—B2, которое было более характерным для испытуемых первых групп. Такое различие в конкретном исполнении (которое тоже успешно позволяет решить задачу) косвенно свидетельствует о разной ориентировке в условиях задачи: при частичной ориентировке и при отсутствии общего плана выполнения обоих действий любая пара одинаковых цифр может выступить в качестве ориентира к поиску соответствия среди фигурок. Чаше в качестве такого ориентира оказывается пара цифр, встречающаяся при осмотре расположения первой, например две тройки; а при общей ориентировке в условиях таким ориентиром может выступить и другая пара одинаковых цифр (прямо не бросающаяся в глаза), в частности две шестерки.

Подобная стратегия решения — общая ориентировка в условиях, проявляющаяся в выделении трех групп одинаковых цифр и символов, — была у испытуемых третьей группы и при решении задач №№ 5 и 6. Главное отличие этих испытуемых состояло в том, что они, сопоставляя группы одинаковых цифр и одинаковых

символов и решая вопрос о том, какие цифры какими символами обозначить, учитывали количество одинаковых символов на местах, на которых расположены три одинаковые цифры. Поэтому при ориентировке в условиях обычно принималось, что либо четверкам соответствуют круги, либо восьмеркам соответствуют черточки.

После этого намечалось действие, с помощью которого достигалось полное соответствие мест, занимаемых одинаковыми цифрами и одинаковыми символами: либо АЗ—В2 (чтобы три круга были там, где три четверки), либо А1—В3 (чтобы три черточки повторили размещение трех восьмерок). Затем обдумывалось и выполнялось второе действие. Таким же образом, осуществляя общую ориентировку в условиях с выделением трех групп, выполнялось и решение задачи № 6.

Эта же стратегия (на основе общей ориентировки в условиях с выделением трех групп цифр и символов) имела место и при решении задач №№ 7 и 8: здесь до выполнения перемещений намечалось, какие цифры какими символами будут обозначаться.

После решения задач №№ 7 и 8 эти испытуемые приступали к решению задачи № 9, которая, как указывалось раньше, относится к классу задач с однозначным соответствием, т. е. к таким же, как и задачи №№ 5 и 6. Однако в отличие от них задача № 9 сложнее, поскольку необходимо найти три действия, с помощью которых можно добиться полного соответствия цифр и символов.

Задачу № 9 испытуемые этой подгруппы не могли решить успешно. Потому что, свертывая постепенно общую ориентировку при решении задач №№ 7 и 8 (так как там не было однозначного соответствия цифр и фигурок), они не разворачивали ее вновь при решении задачи № 9, а действовали так же, как при решении задачи № 8. Например, видя, что на месте четверки расположена черточка, они принимали, что четверки должны обозначаться черточками, и дальше старались, чтобы и в других двух клетках, В3 и В1, были бы черточки. В результате такого подхода они запутывались и не могли решить задачу за три действия. Некоторые ученики начинали с подбора одинаковых символов к восьмеркам и в дальнейшем также запутывались.

Интересно, что эти испытуемые видели группу пятерок, которым соответствовали, по их мнению, круги, но при этом считали, что пятерки всегда можно привести в соответствие с кругами, а труднее действовать с четверками и восьмерками, поэтому с них и нужно начать. Можно полагать, что отсутствие стратегии у испытуемых этой подгруппы разработки общего плана при наличии даже и общей ориентировки в условиях приводило в конечном счете к тому, что они не успевали решить задачу № 9 за три действия.

Испытуемые другой подгруппы второй группы смогли решить успешно задачи № 9 и № 10. Сопоставление стратегии, которую

они применяли при решении задач, со стратегией испытуемых первой подгруппы позволяет видеть причину их успеха в решении задач №№ 5 и 6.

Дело в том, что задачи №№ 3 и 4 и те и другие решали одинаково: на основе общей ориентировки в условиях задач и с помощью общего плана выполнения обоих действий. А задачи №№ 5 и 6 ученики второй подгруппы этой группы решали иначе, чем ученики первой подгруппы: не только на основе общей ориентировки в условиях (некоторые ученики даже рисовали цифры в клетках символов), но и с помощью общего плана выполнения двух действий. Последнее обстоятельство было, на наш взгляд, решающим в улучшении стратегии: обнаружив в условиях задачи № 5 две группы цифр, которым имеется соответствие в размещении у двух одинаковых символов, эти ученики не приступали к непосредственному перемещению (конечно, мысленному) символов для дополнения какой-либо группы одинаковых символов до трех, а продумывали действие, какое будет выполняться сначала, какое потом и приведут ли они к правильному решению.

Это звено в решении задач — разработка общего плана выполнения двух действий — у многих испытуемых ярко проявлялось и в высказываниях. Рассуждая вслух, — к чему ученики всячески побуждались экспериментатором, — они говорили, например, при решении задачи № 5: «Итак, четверкам подходят круги, а восьмеркам черточки. Значит, сначала можно поменять местами крест с кругом, чтобы три круга были как четверки. Тогда крест будет там, где девятка. Значит, девяткам подходят кресты. Теперь можно поменять крест с черточкой и крест будет, где третья девятка, ...а черточка, где третья восьмерка...».

Это рассуждение часто сопровождалось тем, что ручкой подчеркивались линии или стрелки в направлении перемещения называемых символов. Подобным же образом решались и задачи № 6, 7 и 8.

Приступая к решению задачи № 9, эти испытуемые проводили общую ориентировку, в результате чего выделяли две группы по три цифры, для которых имеется однозначное соответствие — пятерки и семерки, и две группы, для которых нет однозначного соответствия, поскольку, например, на местах, занятых четверками, были три разные символа: черточка, крестик и параграф. Затем составлялся общий план из трех действий; при этом обычно использовались стрелки, обозначающие предполагаемые перемещения.

Некоторые ученики начинали действовать так же, как и испытуемые первой подгруппы этой группы: с подбора символов для четверок или восьмерок, т. е. для цифр, которые в условиях не имеют пары одинаковых символов. Но поскольку они это делали на этапе планирования решения, то быстро обнаружили, что так за три действия задачу решить не удастся. Поэтому ученики избирали другой план: начинали с тех групп цифр, для которых

в условиях имелись одинаковые пары символов, т. е. с групп из трех пятерок (им соответствовали два круга) и трех семерок (им соответствовали два креста). В этом случае они смогли наметить три действия для успешного решения этой задачи.

Другие ученики (их было большинство) действовали подобным образом с самого начала решения задач №№ 9 и 10.

Обработка результатов позволила установить, что среди трехклассников целостное планирование использовали около 40% детей. Этот результат выступил точкой отсчета при проведении второго исследования, посвященного изучению того же вопроса, но на материале других — лабиринтных задач, в частности задач игры «почтальон». Детям предлагалось решить две тренировочные и 10 основных задач игры «почтальон», например:

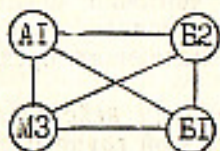
Тренировочные задачи

1. A2 — — — ? — — — B3 2. A3 — — — ? — — — B4

Основные задачи

1. B4 — — — ? — — — B2.
2. B1 — — — ? — — — H4.
3. T2 — — — ? — — — H3.
4. B3 — — — ? — — — K2.
5. K3 — — — ? — — — ? — — — M3.
6. T1 — — — ? — — — ? — — — P3.
7. P2 — — — ? — — — ? — — — ? — — — B6.
8. C3 — — — ? — — — ? — — — ? — — — П3.
9. H4 — — — ? — — — ? — — — ? — — — ? — — — П3.
10. P2 — — — ? — — — ? — — — ? — — — ? — — — Г4.

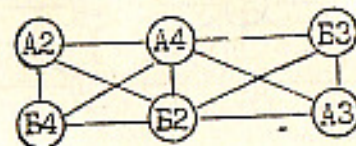
Эксперимент, включавший решение учащимися указанных задач, проводился следующим образом. Вначале чертились четыре черты («домики»), над каждой из которых помещались буквы с цифрой («жители»):



Затем объяснялось, что между всеми парами домиков (по горизонтали, по вертикали, по диагонали): A1 и B2, A1 и M3, A1 и B1, B2 и B1, B2 и M3, B1 и M3 — проложены дорожки. По ним

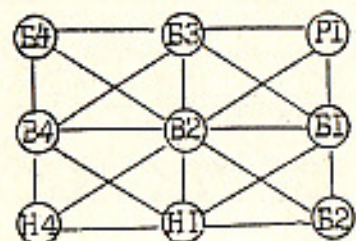
по определенному правилу ходит «почтальон». Правило «почтальона»: можно идти только по такой дорожке, которая проложена между домиками либо с одинаковой буквой, либо с одинаковой цифрой, например, из домика A1 в домик B1 (одинаковая цифра) или из домика B2 в B1 (одинаковая буква).

Далее изображались другие шесть домиков:

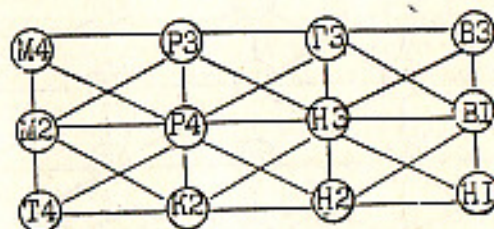


и дети должны были, глядя на них, решать тренировочные задачи, которые затем проверялись.

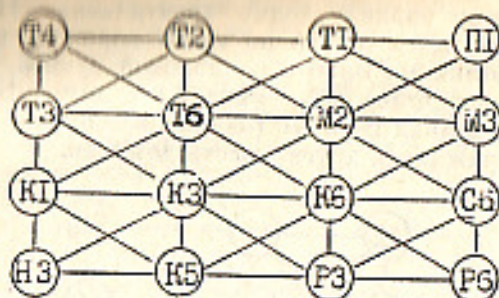
Затем им предлагали основные задачи: № 1 — № 10. Для этого экспериментатор рисовал сначала изображение для решения задач № 1 и № 2:



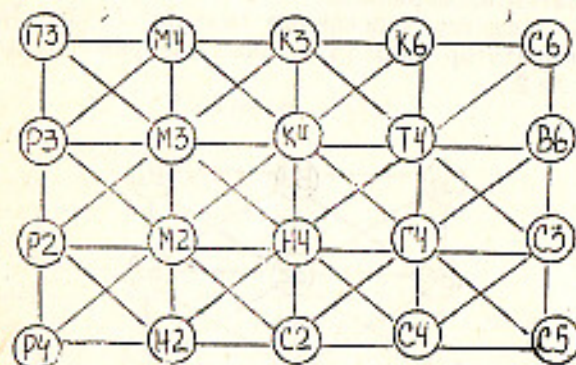
затем для решения задач № 3 и № 4:



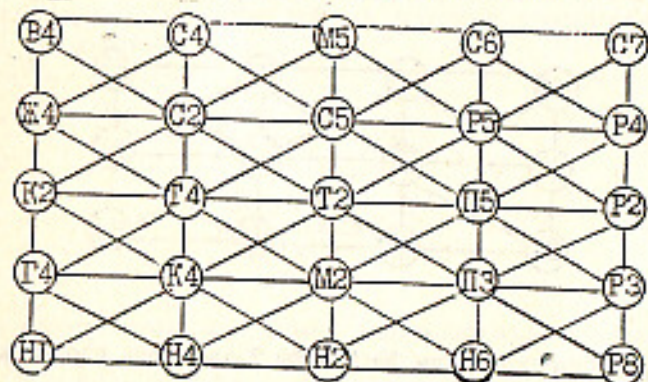
По мере решения задач № 1 и № 2 давалось изображение задач № 5 и № 6:



а вместо изображения задач № 3 и № 4 давалось изображение задач № 7 и № 8:



После того, как дети переходили к решению задач № 7 и № 8, им заготавливалось изображение задач № 9 и № 10:



Учащиеся должны были решать эти задачи, т. е. находить промежуточные домики, которые «посещая почтальон», перемещаясь из известного начального домика в известный конечный. При этом им разрешалось только смотреть на изображение и нельзя было его рисовать на каких-либо дополнительных листочках. Они должны были «в уме» продумывать искомым маршрутом «почтальона» и затем промежуточные домики (их названия) — фиксировать у себя на бланке над знаком вопроса.

Задачи, начиная с № 5 и № 6, были составлены таким образом, чтобы их трудно было быстро и правильно решить путем поэлементного планирования маршрута почтальона. Требовалось планирование маршрута целиком, учитывая взаимное расположение начального и конечного домиков и число требуемых промежуточных домиков.

Эксперименты, проведенные по методике «почтальон», показали, что, как правило, неверно решают задачи, начиная с № 5 и № 6, как раз те дети, которые не производят во внутреннем плане соотнесения числа неизвестных промежуточных домиков с известным расположением начального и конечного домиков. Эти дети либо нарушают правила перемещения почтальона между домиками, либо соблюдают его формально.

При обработке результатов решения таких задач мы предполагали, что уровень целостного планирования развит у тех, кто смог решить успешно все задачи. Если же решены правильно лишь первые четыре задачи, следовательно, у школьников сложился такой уровень внутреннего плана действий, с помощью которого они предвидят решение только по частям, по отдельным шагам и звеньям, т. е. у них развит уровень поэлементного планирования.

Когда были проанализированы результаты исследования, то обнаружилось, что группа детей, использовавших целостное планирование, составляет почти половину. Это означает, что решение лабиринтных задач (в частности, задач игры «почтальон»), несколько легче, чем решение комбинаторных задач (в частности, задач «Игры в 5»).

Последнее исследование, посвященное изучению вопроса о связи различий в планировании (целостное, частичное, поэлементное) с характером задач, было выполнено на материале логических задач разных видов, например:

1. Два мальчика соревновались на дистанции в один километр. Один из них прибежал первым, другой — вторым. Какое место занял Сережа, если Петя был вторым?

2. Девочки вышивали: одна красными нитками, другая — синими. Какими нитками вышивала Наташа, если Ольга не вышивала синими нитками?

3. Две девочки были в куртках, а одна в пальто. Кто в чем был одет, если Маша и Катя и Катя с Надей были одеты по-разному?

4. Миша, Гена и Сережа лепили из пластилина: кто кошку, кто слона, кто собаку. Кто что вылепил, если Гена не лепил слона, Сережа не лепил слона и собаку?

5. Пять дней в апреле была разная погода: 2, 6, 8, 14 и 19. В один день было холодно и сухо, в другой — холодно и дождливо, в третий — тепло и сухо, в четвертый — тепло и дождливо, на пятый день неожиданно пошел снег. 2 и 6 апреля было тепло, 2 и 19 — дождливо, 19 и 14 — холодно. Какая погода была в каждый из пяти дней?

6. Через 12 лет Боре будет на 10 лет больше, чем Вове было 8 лет назад. Кто из них моложе?

7. Карандаш толще ручки и длиннее фломастера. Карандаш тоньше фломастера и короче ручки. Что тоньше всех предметов и короче?

8. Боря и Вова Ершове, Боря и Вова Луковы сидели на скамейке. Где был (в середине или с краю) Вова Ершов, если оба Бори были рядом и оба Луковы тоже были рядом?

9. Ребята-путешественники вышли одновременно в поход: Боря и Гена из Ялты в Баку, Саша и Вася из Баку в Ялту. Через 4 дня Саша был ближе к Ялте, чем Гена к Баку, а Боря был дальше от Ялты, чем Вася от Баку, Гена шел быстрее Бори. Кто шел медленнее всех?

10. Миша бегает быстрее Вити, прыгает выше Коли и ныряет лучше Олега. Миша прыгает ниже Вити, ныряет хуже Коли и бегает медленнее Олега. Кто бегает медленнее всех, кто прыгает ниже всех и кто ныряет хуже всех?

Первые две задачи выполняют роль введения ребенка в особенности решения логических задач и подготавливают его к решению последующих.

Задачи №№ 3—10 постепенно усложняются. Задачи №№ 3—4 можно охарактеризовать как задачи первой степени сложности, задачи №№ 5—6 — второй, задачи №№ 7—8 — третьей, задачи №№ 9—10 — четвертой степени сложности. Определение степени сложности связано с числом действующих лиц и соответственно с количеством суждений, с помощью которых описываются их характеристики и соотношения.

Так, в задачах №№ 3—4 присутствуют 3 персонажа, в задаче № 5 — пять персонажей, а в задаче № 6 — три: это объясняется тем, что их сложность определяется количеством суждений, которые необходимо соотнести для вывода, а не числом персонажей; а по количеству таких суждений они отличаются от задач №№ 3 и 4. В задачах №№ 7 и 8 по 4 персонажа.

В задачах №№ 9 и 10 наибольшее количество суждений, которые необходимо соотнести, чтобы сделать верный вывод.

Все задачи №№ 3—10 относятся к разным видам логических задач. Поэтому каждая последующая решается своим способом, без опоры на предыдущие. Такой подбор был сделан специально, чтобы планирование происходило каждый раз заново. При этом

каждая последующая задача требует для своего успешного решения более высокого уровня умения планировать, чем предыдущие, поскольку увеличивается число персонажей и количество суждений, характеризующих их соотношения.

Для того, чтобы охарактеризовать особенности планирования по результатам решения задач №№ 3—10 исходили из следующего. Если ребенок не смог решить успешно ни одной задачи, то считалось, что при их решении он не проявил умения планировать. Если он смог решить верно только задачи № 3 и № 4, а остальные неверно (или просто не успел решить), то считалось, что он проявил частичное, поэлементное умение планировать. Если он смог верно решить все задачи, то значит, он овладел целостным планированием.

В итоге оказалось, что целостное планирование использовала лишь четверть детей. Сопоставление данных, полученных в этих трех исследованиях, позволяет сделать вывод о том, что различия в планировании решения связаны с характером задач: оказалось, что логические планировать труднее, чем комбинаторные и лабиринтные.

При изучении различий в планировании мы так же, как и при изучении различий в понимании и осознании, разбирали вопрос о связи особенностей планирования с тем, сколько лет ребенок учится в школе. Было проведено три исследования, в которых участвовали учащиеся I, II и III классов.

В первом исследовании детям были предложены задачи «игры в 5»:

1.	4 7 6	—	4 7
	2 8		2 8 6
2.	3 6 2	—	6 2
	1 4		3 1 4
3.	7 2	—	7 1 2
	4 1 8		4 8
4.	6 3	—	6 3 4
	5 8 4		5 8
5.	4 5 9	—	4 9
	1 2		1 5 2
6.	7 2 5	—	2 5
	6 3		7 6 3

Эксперимент по этой методике проводился следующим образом. Сначала объяснялись правила перемещения цифры. Для примера брались двухходовые задачи. В них нужно было найти два

перемещения цифр, чтобы начальное расположение цифр — слева преобразовать в конечное расположение этих же цифр — справа. В трехходовых задачах нужно было найти три перемещения цифр, обеспечивающие преобразование начального их расположения в конечное, — трехходовые задачи записаны на бланке под №№ 3, 4, 5, 6.

Анализ результатов показал, что с двухходовыми задачами (№№ 1 и 2) дети могут справляться и при пошаговом планировании своих действий. Но уже при решении трехходовых задач необходимо целостное рассмотрение условий задач, детальное сопоставление расположения цифр в левой и правой частях. Лишь после такого сопоставления возможен безошибочный результат. Отметим, что трехходовые задачи специально составлены следующим образом: в одном случае (задачи №№ 3 и 5) нужно было учитывать, что две крайние цифры в верхнем и нижнем рядах остаются на месте, а в другом (задачи №№ 4 и 6), что на месте остаются две цифры либо в нижнем ряду (задача № 4), либо в верхнем (задача № 6).

Такой подбор не позволяет осуществлять перенос приемов планирования по внешнему сходству задач, т. е. по сходству пространственного расположения их цифр. При переходе к каждой новой трехходовой задаче необходимо заново развешивать ориентировку в ее условиях для определения того, какие цифры остаются на месте, а какие смещаются.

В экспериментах выявлены типичные ошибки, возникающие в действиях учащихся из-за использования ими поэлементного планирования. Во-первых, некоторые правильно сопоставляли начальное и конечное расположения цифр, но не разрабатывали программу перемещений и поэтому за один ход переставляли две цифры, например:

$$\begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array}$$

Во-вторых, нарушали правила перемещения цифр: только через соседнюю свободную клетку, например:

$$\begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4\ 2 \\ 7\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1\ 2 \\ 7\ 4\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array}$$

В-третьих, отсутствие целостной программы сказывалось и на том, что перемещения выполняются технически верно, но не в том направлении. В этом случае отсутствует общее представление о траектории маршрута, требуемого для решения именно данной задачи, например:

$$\begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4\ 7\ 2 \\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4\ 7\ 2 \\ 1\ 8\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array}$$

В-четвертых, ряд детей не соотносил начальную и конечную позицию цифр и поэтому перемещались цифры, которые должны оставаться на своих местах, например:

$$\begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array}$$

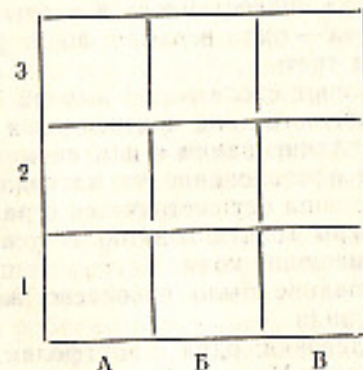
В-пятых, иногда правильное перемещение цифр само по себе сочетается с псевдоцелостным планированием, которое выражается в том, что дети планируют решение сразу с двух сторон: от начального расположения к конечному или от конечного к начальному и поэтому отсутствует необходимая преемственность ходов в середине решения, например:

$$\begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 2 \\ 4\ 1\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 1\ 2 \\ 4\ 8 \end{array}$$

Анализ результатов решения задач «игры в 5» детьми разного возраста показал, что в первом классе целостное планирование использовали 17%, во втором — 25%, в третьем — 39%. Таким образом, налицо связь распределения видов планирования среди школьников в зависимости от срока обучения.

Учитывая, что в этом исследовании использовались комбинаторные задачи, представлял интерес вопрос о том, сохранится ли обнаруженная связь и на материале задач лабиринтного типа. С этой целью во втором исследовании использовались задания, условно названные «прыжки коня».

При их разработке мы использовали шахматные задачи на перемещение коня, которые применял Я. А. Пономарев, двухчастную схему построения задания и ряд других конкретных задач. Их нужно было решать путем мысленного перемещения шахматного коня по данному (не воображаемому) девятиклеточному игровому полю.



Задание включало следующие двенадцать задач:

- 1) А1 — — — ? — — — А3;
- 2) А2 — — — ? — — — В3;

3) A3	==	?	==	==	B3;
4) B3	==	?	==	==	B2;
5) B3	==	?	==	?	— B2;
6) B2	==	?	==	?	— B1;
7) B1	==	?	==	?	— B1;
8) B1	==	?	==	?	— A1;
9) A1	==	?	==	?	— ? — B3;
10) A2	==	?	==	?	— ? — B2;
11) A3	==	?	==	?	— ? — B1;
12) B3	==	?	==	?	— ? — B1.

Сначала дети усваивали обозначение клеток поля и осваивали одиночный ход коня: через две клетки наискось, например, A2—B3. Затем им объясняли, что конь может делать два, три и четыре прыжка подряд и нужно определить, какие при этом он перепрыгивал промежуточные клетки. Далее предлагали решать задачи, только глядя на игровое поле, не затрагиваясь до него и ничего не помечая.

Смысл последнего требования ясен: если ребенок имеет перед собой поле, до которого он может дотронуться карандашом или пальцем, то решение задачи значительно облегчается. В этом случае можно без особого труда рассчитывать варианты, поскольку создается возможность «удерживать» промежуточную клетку не в уме, а обозначая ее карандашом. Когда же ребенок только смотрит на игровое поле, он вынужден все планирование выполнять в уме.

При оценке результатов мы считали, что в группу «целостников» вошли дети, решившие успешно все задачи. А ученики, справившиеся только с двухходовыми задачами, составили группу, которая использовала при решении поэлементное (частичное) планирование. Подсчет числа «целостников» в разных классах показал, что в первом классе их — одна восьмая, во втором — одна четвертая, в третьем — одна треть.

Эти данные позволяют сделать два вывода. Во-первых, на материале задач лабиринтного типа подтвердился вывод о связи изменений различий в планировании с изменениями возраста детей. Во-вторых, целостное планирование на материале задач одного и того же лабиринтного типа осуществляется с разной успешностью: при решении задач игры «почтальон» более успешно, чем при решении задач на перемещение коня.

Последнее исследование было проведено на материале логических задач разного вида.

1. По улице шли девочки: одна с портфелем, другая с сумкой. С чем была Наташа, если Марина была с сумкой?

2. Два мальчика играли в шашки: один выиграл три раза, другой два раза. Как играл Игорь, если Олег не выиграл три раза?

3. Три девочки Лиза, Наташа и Маша учились в разных школах и разных классах: кто-то учился в спортивной школе в III классе, кто-то в музыкальной школе во II классе, кто-то в спортивной школе во II классе. Где училась каждая девочка, если Наташа училась так же, как и Маша во II классе, а Маша и Лиза учились в спортивной школе?

4. Миша бежит быстрее, чем Коля. Миша бежит медленнее, чем Алеша. Кто бежит медленнее всех?

5. Сережа, Миша, Коля, Катя и Галя занимались спортом: трое играли в волейбол, а двое в теннис. Кто во что играл, если Миша с Катей и Миша с Сережей занимались разным спортом, а Коля и Галя занимались одним видом спорта?

6. Марина, Петя, Боря и Валентина читали книги: кто про путешествия, кто про зверей, кто про космос, кто про музыкантов. Кто про что читал, если Петя не читал про космос, Марина не читала про путешествия, музыкантов и космос, Боря не читал про путешествия и космос?

7. Через год Николаю будет на 2 года больше того, чем было Андрею три года назад. Кто из ребят старше?

8. Вова и Гена шли из Орла в Сочи, Дима шел из Сочи в Орел. Они вышли одновременно. Через три дня Вова был дальше от Сочи, чем Дима от Орла, а Гена был ближе к Сочи, чем Дима к Орлу. Кто шел быстрее?

9. Миша и Саша Роговы, Миша и Саша Беловы и Миша Серов стояли на лестнице. Кто стоял на соседней снизу ступеньке с Мишей Беловым, если оба Роговы стояли через ступеньку, оба Беловы стояли через ступеньку, а три Миши стояли на соседних ступеньках?

10. Петров, Николаев, Синицын, Грибов, Борисов и Владимиров учились математике по-разному: трое из них учились на пятёрки, трое на четвёрки. Кто как учился, если Николаев с Борисовым и Борисов с Грибовым учились по-разному, Синицын с Владимировым учились также по-разному, Владимиров и Борисов учились одинаково, Грибов получал пятёрки?

Анализ данных, полученных в этом исследовании, позволил подтвердить общий вывод: чем больше времени дети обучаются в школе, тем больше среди них учеников, использующих целостное планирование при решении задач.

В условиях классной работы есть много возможностей для формирования у школьников способности планировать решение задач. Чтобы реализовать эти возможности, полезно организовывать ситуации, где ребенку необходимо описывать последовательность действий после решения задачи. Это лучше всего проводить в форме групповой или парной работы, когда один ребенок сначала решает несложную комбинаторную или лабиринтную задачу практически, а затем объясняет выполненные действия.

Другой ребенок должен, следуя его описанию, выполнить ту же задачу. Таким образом, первый ребенок строит план решения, а второй тренируется действовать по определенному плану.

В результате такой регулярной работы и при условии, что дети меняются ролями, осмысление плана, происходящее после реального действия, начинает предварять практическую деятельность, превращаясь в подлинное планирование как мысленное экспериментирование, проигрывание, связанное с поиском лучшей организации решения. Такую работу полезно проводить на материале геометрии при построении разных несложных фигур.

Вместе с тем способы работы зависят от того, как дети планируют решение задач разного вида.

Так, ученикам, редко использующим целостное планирование, целесообразно предложить решать несложные задачи (например, в 2 действия), построенные таким образом, чтобы было несколько верных решений. Цель такого задания заключается в том, чтобы спланировать разные варианты решения. Для этого лучше всего использовать комбинаторные и лабиринтные задачи.

Если дети часто применяют целостное планирование, то имеет смысл предлагать им решать такие задачи, где результат можно получить с помощью меньшего или большего числа действий. Цель такой работы заключается в том, чтобы они тренировались в построении развернутых планов. Это поможет им в дальнейшем при изучении информатики. Для развития планирования можно использовать также математический языковой материал.

Обучая математике, имеет смысл чаще использовать устные задания:

1. Постоянное решение легких задач с постепенным увеличением количества данных в условиях и требуемых действий;
2. Ступенчатый устный счет как в прямом, так и в обратном порядке (типа 2, 5, 8... или 41, 37, 33, ...);
3. Придумывание задач по данным условиям или требованию, а также задач, где известны лишь общие характеристики данных («Придумайте задачу, где известно одно слагаемое из суммы, а второе слагаемое неизвестно» или «...где два слагаемых неизвестны, но известны их сумма и разность»);
4. Задания, опирающиеся на знание разрядности числа («Какое будет число, если в числе 427 число десятков увеличить на 4, а число единиц уменьшить на 2?» и т. п.).

Очень полезные задания для решения в уме можно использовать на материале русского языка. Таковы, в частности:

- 1) задания на составление слов по данным (не по порядку) буквам («Из букв и, р, ы, к, ж составьте известное слово»);
- 2) задания на мысленное преобразование слов («Какое слово получится, если в слове «взгляд» убрать четыре буквы?»);
- 3) задания на мысленное чтение слов наоборот («Как будет читаться наоборот слово «кофе»? «кепка»? и т. п.).

Проявив инициативу и выдумку, учитель может самостоятельно придумать еще много полезных заданий, подобных предложенным. Главное, чтобы их выполнение происходило в уме.

В заключение отметим, что развитию планирования в целом в значительной степени способствует устная форма решения и составления несложных задач как по образцу, так и без него. Чем чаще будет использоваться на уроках такая форма работы, тем больше создается возможностей для улучшения планирования у младших школьников.

РЕЗЕРВЫ УМСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ ДЕТЕЙ

Возможности детей 6—7 лет

Возможности понимания условий задач, проявляющегося в обнаружении принципов их построения и осознания действий, характеризующегося нахождением общего способа, формируются у детей и все более отчетливо проявляются при решении разных задач по мере обучения в начальной школе. В дошкольном детстве — в саду или дома — дети (в отличие от обучения в начальных классах) не сталкиваются регулярно с решением однотипных задач.

Вместе с тем им приходится выполнять задания, в которых нужно получить результат (или продукт) с известными заданными свойствами (например, сделать изделие по образцу). В ходе выполнения таких заданий у детей формируются способности планировать свою деятельность, организовывать ее выполнение. Поэтому, чтобы узнать особенности мышления детей в самом начале обучения в начальной школе с целью наиболее адекватного раскрытия возможностей, целесообразно предлагать им решать ряды усложняющихся задач. В этом случае у них будут возможности проявить особенности планирования своей деятельности.

Для этой цели имеет смысл предлагать детям решать усложняющиеся ряды лабиринтных задач, а не комбинаторных (поскольку последние менее наглядны, чем лабиринтные) и, конечно, не логические задачи (поскольку дети еще не читают). Так, для того, чтобы узнать и затем развивать способность планирования у ребенка, который только приходит записываться в школу (апрель — май или август), целесообразно использовать задачи «перелеты бабочки». В этом случае ребенку предлагается лист разрезной азбуки, на котором размещены буквы и изображения в каждой клетке. Наиболее часто встречаются две формы расположения 33 букв: либо 6 горизонтальных рядов по 5 букв в каждом ряду (форма 1), либо 5 горизонтальных рядов по 6 букв в ряду (форма 2):

Форма 1
А В Г Д
Е Ж З И
Й К Л М Н

Форма 2
А Б В Г Д Е
Е Ж З И Й К
Л М Н О П Р

О П Р С Т
У Ф Х Ц Ч
Ш Щ Ъ Ы Ь
Э Ю Я

С Т У Ф Х Ц
Ч Ш Щ Ъ Ы Ь
Э Ю Я

Такая азбука имеется везде, ее легко использовать для беседы с ребенком (не разрезая, конечно). Дети с удовольствием решают задачи на ее материале. При этом лист с азбукой как игровое поле обладает большими возможностями, так как включает 33 клетки, обозначенные буквами. Но, что особенно ценно при беседе с ребенком, не знающим букв, на листе с азбукой помещены рисунки предметов, которые ему легко назвать.

Ребенку сообщается правило перемещения «бабочки» по клеткам азбуки: «Давай договоримся с тобой, что по этой азбуке летает бабочка. Ей можно летать только через клетку. Например, она сидит на К(ране). Оттуда она может перелететь только на Б(арабан), или на Г(рушу), или на М(яч), или на Ц(ыленка), или на Ф(отоаппарат). И больше никуда она перелететь не может за один раз. Понятно? Теперь скажи (именно скажи, а не покажи!), «какие перелеты может бабочка сделать из клетки О(чки)?»

Ребенок называет искомые клетки — отметим, что беседа идет с использованием азбуки формы 1.

После того, как ребенок назвал искомые клетки, ему говорится: «Отгадай, какие два перелета может сделать бабочка, чтобы из клетки, где А(рбуз), попасть в клетку, где Д(ом)?»

Ребенок называет оба перелета.

Далее ему предлагается решить шесть или восемь (смотря по тому, насколько заинтересован ребенок в игре) задач, в которых нужно назвать:

- 1) 2 перелета от О к Т;
- 2) 2 — от Е к И;
- 3) 2 — от Г к Ф;
- 4) 2 — от О к И;
- 5) 3 — от А к Н;
- 6) 3 — от Д к У;
- 7) 4 — от В к Ч;
- 8) 4 — от Ф к Б.

При решении задач дети стремятся манипулировать над азбукой руками или прикасаться к ней, показывая маршрут бабочки. Этого допускать не нужно: лучше всего, если руки будут за спиной.

В том случае, если ребенок справляется только с двухперелетными задачами, ему можно (пока он не освоит) разрешить действовать рукой при решении трехперелетных задач, а также и при неуспешном решении четырехперелетных задач.

Полезно также самому ребенку придумать условия задач той трудности, с которой он справляется.

Используя эти приемы в ходе регулярных занятий-игр, можно будет значительно помочь в развитии планирования.

Если по каким-то причинам нет возможности использовать разрезную азбуку, то задачи с перелетами бабочки можно предлагать на любом клеточном игровом поле, которое легко сделать: взять лист бумаги и начертить квадрат из 25 клеток. В клетках можно нарисовать простые символы, например точки, черточки, кривые и ломаные линии, разные их сочетания и пересечения и простые геометрические фигурки: круг, квадрат и т. п. В любом случае в клетках должны быть такие изображения, которые ребенок может легко называть.

Следует подчеркнуть два момента. Во-первых, каждая задача этого типа имеет несколько верных решений, поэтому ребенок может давать несколько ответов. Если он этого не делает, то ему можно задавать вопрос: «Как по-другому можно перелететь?»

Во-вторых, задачи с 3 и 4 перелетами имеют и более простое решение — с 2 перелетами. При недоумении ребенка ему нужно сказать, что как раз в том и загадка, чтобы найти больше перелетов.

Наряду с подобными задачами ребенку можно предложить и задачи «шаги петуха». Для этого учитель подготавливает такое клеточное игровое поле:

,	§	„	§§
—	+	--	++
.	/	..	//
o	⌘	oo	⌘⌘

и затем вместе с ребенком разбирает изображения в его клетках. Далее ребенку сообщается «правило перемещения «петуха»: «По этим клеткам ходит волшебный петух. Он делает разные шаги: один шаг прямо в соседнюю клетку, например, от двух черточек к одному крестику, или к двум точкам с хвостиком, или к двум крестикам, или к двум точкам; другой шаг наискосок, например, от двух точек к одному крестику, или к двум крестикам, или к

двум снежинкам, или к одной снежинке. Все время меняет шаги: то прямо, то наискосок. Он не прыгает, а только шагает, и два раза в одну и ту же клетку не заходит.

Смотри, как он шагает. Например, сначала он был в клетке, где одна точка с хвостиком, затем пошел прямо — туда, где одна черточка, потом наискосок — туда, где одна змейка, потом пошел прямо — туда, где крестик, дальше прямо — к двум черточкам, потом наискосок — к двум палочкам, потом прямо — к двум снежинкам, потом наискосок — к двум точкам, потом прямо — к двум кружкам, потом наискосок — к одной палочке...».

Целесообразно или в этом месте, или в другом (раньше или позже) постепенно включить ребенка в описание перемещений «петуха» по клеточкам квадрата: с указанием типа шага («прямо», «наискосок») и названием клетки, куда попадает петух. Можно предложить: «...а теперь сам рассказывай, как дальше мог шагать петух, какие он делал шаги и в какие клетки...».

Такое включение ребенка необходимо, чтобы убедиться, что он усвоил отдельные шаги петуха и правило его перемещений: очередность прямых и косых шагов, отсутствие прыжков и повторений клеток.

Затем предлагается задача: «Скажи, какие два шага может сделать петух, чтобы из клетки, где два крестика, попасть в клетку, где два круга?» При любом ответе ребенка ему предлагают сказать, как еще может пройти петух между этими клетками.

После этого требуется решить 8 задач, в которых нужно назвать:

- 1) 2 шага от одной снежинки к двум черточкам;
- 2) 2 шага от двух точек с хвостиками к одной черточке;
- 3) 2 шага от одного крестика к одной черточке;
- 4) 2 шага от двух палочек к двум точкам;
- 5) 3 шага от одной точки к двум точкам;
- 6) 3 шага от двух кружков к двум черточкам;
- 7) 4 шага от двух палочек к двум черточкам;
- 8) 4 шага от одного крестика к одной точке.

В отношении условий решения задач с «шагами петуха» следует так же, как и раньше, подчеркнуть, что ребенок отвечает устно, лишь называя клетки, по которым шагает петух, не показывая руками. Так же, как и задачи «перелеты бабочки», задачи с «шагами петуха» имеют несколько решений: с большим и меньшим числом шагов.

На материале подобных задач также можно проводить регулярные занятия. При этом и здесь годятся такие приемы, как временное разрешение показывать шаги петуха рукой и придумывание легких задач.

Кроме того, следует немного сказать и о поведении учителя в беседе с ребенком. Конечно, оно должно быть доброжелательным и совершенно не критичным: нельзя возмущаться действиями

ребенка, когда он ошибается или нарушает правила перелетов и шагов. В любом случае ребенка нужно подбадривать, а в конце встречи в целом одобрить.

Робким и застенчивым детям, чтобы вселить в них уверенность, следует предложить решать задачи «гусеница» на любом (по величине) клеточном поле с символами и изображениями. В них можно производить любые перемещения, поскольку «гусеница» может ползти в любую сторону. Это обеспечивает ребенку безусловный успех: нужно только называть клетки, по которым будет ползти гусеница между двумя указанными начальным и конечным пунктами. Таким образом, после общения с учителем ребенок будет уходить довольный собой и своими действиями, с приятными впечатлениями.

В каждом из названных выше заданий отчетливо проявляются особенности планирования решения задач, особенности организации детьми своей деятельности по достижению поставленной цели. Одни дети, как можно видеть по их действиям, сначала продумывают, намечают (например, шепотом) требуемые по условию задачи перелеты бабочки или шаги петуха, а затем уже их называют вслух. Им удается успешно решать задачи с большим числом (3—4) перелетов и шагов.

Другие дети находят и тут же называют каждое отдельное действие: перелет или шаг. Им обычно удается успешно решить задачи с небольшим числом (1—2) перелетов и шагов.

Следует отметить, что эти же задачи можно использовать и в групповой работе в самом начале обучения в первом классе. Клеточные игровые поля начертить на классной доске, а задачи решать либо устно, либо письменно. При письменном варианте каждому ребенку (после объяснения правил «перелетов бабочки» или «шагов петуха») предлагается лист бумаги с условиями задач, где имеются изображения рисунков из начальной и из конечной клеток, а в промежуточные (одну, две или три клетки) ребенок должен нарисовать нужные по смыслу задач изображения.

Например, можно сделать такой бланк для решения задач с «шагами петуха», если использовать то игровое поле, которое мы разбирали выше:

- 1) $\frac{*}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;
- 2) $\frac{.,}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;
- 3) $\frac{+}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;
- 4) $\frac{//}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;
- 5) $\frac{\cdot}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;
- 6) $\frac{oo}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;
- 7) $\frac{//}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;
- 8) $\frac{+}{-}$ $\frac{-}{-}$ $\frac{-}{-}$;

Наши исследования показали, что дети уверенно справляются с такой формой работы. Если при этом использовать в классе не один, а несколько вариантов бланков с задачами равной сложности, то у учителя появится более достоверная информация об особенностях планирования у каждого ребенка. Регулярные занятия с детьми на материале лабиринтных задач «бабочка» и «петух» позволят раскрыть возможности их мышления, помочь им более уверенно чувствовать себя в проблемных ситуациях.

Развивающие возможности внеклассной работы

Значительные, во многом еще не использованные возможности для улучшения у детей таких важных сторон умственной деятельности, как понимание, осознание и планирование, имеются во внеклассной работе.

Так, несложно организовать внеклассную работу, в ходе которой дети будут просто решать комбинаторные, лабиринтные и логические задачи, в частности представленные в этой книжке. При этом, чтобы детям было интереснее, материал следует чередовать: в один день решаются комбинаторные задачи того или иного вида (например, «игры в 3»), в другой — лабиринтные, в третий — логические и т. д. Если к тому же и учитель, и родители проявят инициативу и составят на неучебном материале аналогичные задания на материале других видов задач, то дети смогут решать занимательные задачи весь учебный год.

Даже учитывая то, что школьники будут иметь дело с каким-то видом задач всего один-два раза, они принесут пользу. Это связано с тем, что включение детей в регулярную умственную деятельность, направленную на поиск решения нестандартных задач, создает им хорошие условия для умственного развития. Они постоянно ставятся в такие ситуации, где есть возможности развешивать понимание условий, осмысливать общность и различие своих действий при решении однотипных и разнотипных задач, строить разные планы для достижения требуемого результата.

Более сложная (по организации) форма внеклассной работы на материале занимательных задач (в том числе и разработанных нами) состоит в том, чтобы не просто их решать, а еще и коллективно обсуждать. Полезно проводить такую же работу на неучебном материале.

На само решение задач достаточно отводить 10—15 мин, а остальное время посвящать разбору решения. Его смысл в том, чтобы побудить детей к высказываниям и обсуждению разных точек зрения по поводу сходства и различий в способах и условиях решения. Такой разбор создает дополнительные условия для улучшения углубления у них понимания условий задач, расширения осознания и улучшения планирования своей деятельности.

Систематически разбирая решение, дети могут постепенно усвоить приемы анализа задач, которые им демонстрируются. У них появятся возможности точнее выделять в своих действиях общее и различное, увереннее планировать, не выполняя реально никаких действий, пока не будут продуманы в целом все звенья.

Наряду с отмеченными выше формами развивающей внеклассной работы, целесообразно организовывать регулярные занятия на материале занимательных задач какого-либо одного вида. Для этого занимательные задачи следует превратить в развивающую игру, которая при использовании разных форм работы с задачами (т. е. с использованием их усложнения, разных вариантов и т. п.) потребует проведения ряда занятий.

Рассмотрим принципы построения содержания занятий на материале развивающей игры, разработанной на основе задач «игры в обмен».

Игра разворачивается на протяжении 30 занятий. В рамках одного занятия дети самостоятельно выполняют 12 заданий, которые (от 1 до 12) постепенно усложняются за счет увеличения количества элементов в их условиях. На каждом занятии сначала выполняется коллективный разбор одного-двух заданий, аналогичных тем, которые затем выполняются самостоятельно. Для этого каждый ребенок должен иметь комплект материалов с заданиями по теме каждого занятия. Если ученику легко, то предлагается самостоятельно составлять аналогичные задания.

Темы первых девяти занятий включают:

- 1) освоение одного действия в задачах «на способ»;
- 2) освоение одного действия в задачах «на результат»;
- 3) освоение одного действия в задачах «на условие»;
- 4) освоение двух действий в одновариантных задачах «на способ»;
- 5) освоение двух действий в одновариантных задачах «на результат»;
- 6) освоение двух действий в одновариантных задачах «на условие»;
- 7) освоение двух действий в двухвариантных задачах «на способ»;
- 8) освоение двух действий в двухвариантных задачах «на результат»;
- 9) освоение двух действий в двухвариантных задачах «на условие».

Темы остальных 21 занятия разработаны по тому же принципу, что и темы занятий 4—9. С 10 по 18 занятие дети осваивают три действия: сначала в одновариантных задачах трех типов — «на способ», «на условие», «на результат» (занятия 10, 11, 12), затем — в двухвариантных задачах тех же типов (занятия 13, 14, 15) и в трехвариантных задачах (занятия 16, 17, 18).

С 19 по 30 занятие таким же образом осваиваются 4 действия: в трех типах задач, каждый из которых имеет одно, два, три и четыре варианта решения.

Нужно отметить, что условное название «задача на способ» означает, что начальное и конечное расположение элементов известно, а способ преобразования одного расположения в другое за требуемое число действий неизвестен. Условное название «задача на результат» означает, что начальное расположение элементов и способ его преобразования за требуемое число действий неизвестны, но конечное расположение элементов известно. Условное название «задача на условие» означает, что способ преобразования начального расположения в конечное за требуемое число действий и конечное расположение известны, а начальное расположение неизвестно.

Чтобы было понятно, что делают дети на названных занятиях, рассмотрим примеры тех задач, которые прорабатываются с 1 по 9 занятие.

Занятие 1

Сначала коллективно разбирается решение задачи «на способ» в одно действие, где нужно две буквы поменять местами, например:

В Р К — К Р В (ответ: 1) К Р В)

Затем дети самостоятельно решают усложняющиеся (за счет увеличения числа элементов в условиях задач) 12 задач, например:

- 1) Н П С — Н С П; 2) Р М Б — Б М Р; 3) Р Т Н М — Т Р Н М; 4) Л Ж К П — П Ж К Л; 5) Т В Н С Д — Т С Н В Д; 6) Р М В К Ш — Р В М Ш К; 7) Д Ж Ц Ф Р П — Ф Ж Ц Д Р П; 8) С П Р В К Л — С Л Р В К П; 9) Н Ч Ж Ш В Т К — Н Ч Т Ш В Ж К; 10) Л П К Г Н Д Ш — Л П К Д Н Г Ш; 11) Н П Р С В Ш Ф Д — Н П Ш С В Р Ф Д; 12) К Р С Б В Н Т Д — К Р Н Б В С Т Д.

Занятие 2

Сначала коллективно разбирается задача в одно действие типа «на результат», например:

$\frac{Р}{\cdot} \frac{К}{\cdot} \frac{С}{\cdot} - \frac{\cdot}{\cdot} \frac{\cdot}{\cdot} \frac{\cdot}{\cdot}$

(ответ: С К Р)

Черта под каждой буквой (в левом расположении) обозначает ее место в расположении. Три черты справа обозначают три места, которые должны занять эти буквы после одной взаимной

перестановки. В скобках имеются три черты и две точки над двумя из них. Эти точки обозначают места, на которых меняются буквы.

Далее дети самостоятельно решают ряд усложняющихся (таким же образом, как и на первом занятии) задач.

Занятие 3

Сначала коллективно разбирается задача «на условие» в одно действие, например:

— — — — — Т Н Д (. .)
(ответ: Н Т Д).

Затем проводится самостоятельное решение усложняющихся задач.

Занятие 4

Сначала коллективно разбирается одновариантная в два действия задача «на способ», например:

М Р П К — Р М К П (ответ: 1) Р М П К
2) Р М К П).

Затем выполняется самостоятельное решение усложняющихся задач.

Занятие 5

Сначала коллективно разбирается одновариантная в два действия задача «на результат», например:

С В К Н — — — — — 1)
(ответ: К Н С В) 2)

Следует пояснить, что справа под номером 1) точками обозначено, на каких местах менялись буквы в первом действии, а под номером 2) — на каких местах менялись буквы во втором действии.

Далее проводится самостоятельное решение усложняющихся задач.

Занятие 6

Сначала коллективно разбирается одновариантная в два действия задача «на условие», например:

— — — — — П Т В С 1)
(ответ: С В Т П). 2)

Затем проводится самостоятельное решение усложняющихся задач.

Занятие 7

Сначала коллективно разбирается двухвариантная в два действия задача «на способ», например:

К Р П — Р П К
(ответ: вариант 1) 1) Р К П вариант 2) 1) К П Р
2) Р П К 2) Р П К).

Далее дети решают усложняющиеся задачи аналогичного типа.

Занятие 8

Сначала коллективно разбирается двухвариантная в два действия задача «на результат», например:

Т Н С — — — — —
вариант 1 вариант 2
1) 1)
2) 2)
(ответы: вариант 1 вариант 2)
Н С Т С Т Н).

После этого дети самостоятельно решают усложняющиеся задачи.

Занятие 9

Сначала коллективно разбирается двухвариантная в два действия задача «на условие», например:

— — — — — Б К В
вариант 1 вариант 2
1) 1)
2) 2)
(ответы: вариант 1 вариант 2)
В В К К В Б).

Далее дети самостоятельно решают задачи аналогичного типа, которые постепенно усложняются по числу букв в условии задачи.

Таким же образом организуются и проводятся остальные занятия — с 10 по 30, где осваиваются возможности решения многих вариантов задач разного типа в три и четыре действия.

Этот же план лежит в основе проведения занятий и на материале других задач как комбинаторных — «игры в 3», «игры в 5», так и лабиринтных «почтальон», «конь», «петух». Регулярное проведение таких занятий может в значительной степени помочь детям в формировании у них более широких возможностей в понимании условий задач, в осознании своих действий и в планировании деятельности по решению задач.

Возможности умственного развития детей дома

При желании и терпении родители могут в значительной степени способствовать умственному развитию своего ребенка. Понятно, что разным детям нужно помогать по-разному. Но в любом случае занятия дома полезно проводить на материале и комбинаторных и лабиринтных задач.

При этом решение комбинаторных задач лучше проводить с помощью перестановки карточек с изображениями (букв, цифр, простых геометрических фигур или других каких-нибудь простых рисунков) по правилам соответствующего вида задач, а решение лабиринтных — с помощью проведения линий (карандашом или ручкой, или просто пальцем), чтобы обозначить маршрут перемещения по игровому полю.

Занятие с ребенком не должно быть длительным (более 30 минут), при этом нужно каждые 10 мин делать небольшой перерыв. На занятии необходима максимальная доброжелательность: поощрение ребенка при затруднениях, одобрение его верных действий, поощрение инициативы и выдумки. Полезно использовать разные варианты сотрудничества: сначала взрослый показывает решение на карточках или проводит линии, затем ребенок в той же форме решает аналогичные задачи: внешне сходные и различные.

Дальше ребенку предлагается работать устно, т. е. сначала рассказать, какие карточки он будет двигать или какую линию проводить, а потом уже показать это решение. При этом полезно для устной работы предложить более легкие задачи, а затем, если он с ними справится, ему можно дать задачи той же сложности, что и в начале занятия. Например, если он решал задачи в два действия с предметами (на карточках или с помощью проведения линий), то устно пусть решает задачи в одно действие.

Затем ребенку можно предложить сочинять задачи для родителей: сначала в одно действие, а потом — в два. При этом взрослый может продемонстрировать (даже если для него это очень легкие задачи) некоторые затруднения, действовать сначала неверно. Это привлекает внимание ребенка, помогает ему размышлять.

В целом нужно стремиться проводить разнообразную работу на легком материале. И чем легче задачи, тем многообразнее можно с ними действовать. А чем больше будет разнообразия (решение устное и письменное, придумывание устное и письменное, проверка чужого решения устная и письменная), тем будет интереснее. Например, в роли исполнителя он может сначала действовать практически, а затем рассказывать о своих действиях, а наоборот, сначала рассказывать о своих будущих действиях, а потом производить их. Кроме того, он может либо просто работать без последующего или предварительного описания своих действий, либо просто решать задачи устно.

Хорошо также, если ребенок выступит в роли «контролера». Для этого используются по крайней мере две формы работы. Можно показать запись решения какой-либо задачи и попросить выяснить, есть где-либо ошибки или нет. Проверку он может проводить либо с помощью практических действий, либо устно.

Наряду с таким видом контроля взрослый может специально попросить ребенка понаблюдать за тем, как он (взрослый) будет решать разные задачи: легкие, средние, сложные. При этом одни задачи можно решать правильно, а другие с ошибками, чтоб ребенок не зря следил за работой.

Очень полезно, если ребенок выступит в роли автора, составителя задач. Чтобы заинтересовать его, можно предложить решать и составлять задачи по очереди: сначала взрослый придумает задачу, а ребенок ее решает, потом — наоборот. Такое чередование привлекает детей, поскольку позволяет им проявлять самостоятельность.

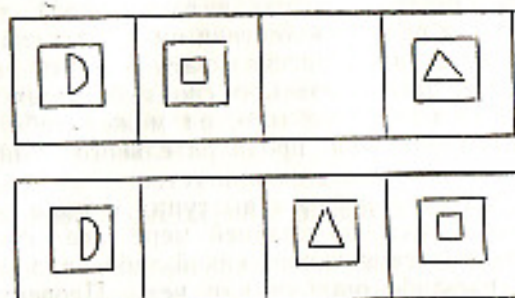
Если занятия пойдут успешно, можно предложить вместе составить сборник задач для других детей: задачи должны быть интересными, необычными, разной сложности.

Таковы основные подходы к организации занятий дома. Для примера рассмотрим, как можно проводить работу на материале задач «игры в 2».

Сначала надо подготовить материал. Взять лист бумаги и нарисовать на нем два прямоугольника (20 см на 5 см) из четырех равных квадратных клеток. Вырезать из картона три квадратных карточки (5 см на 5 см). На них можно нарисовать буквы, цифры или простые геометрические фигуры: круг, полукруг, квадрат, треугольник и т. п.

Перед ребенком располагается лист с прямоугольниками (прямоугольными игровыми полями) и взрослый по-разному расставляет три карточки в нижнем поле и три карточки в верхнем. При этом объясняется правило перемещения: одно действие — это перемещение любой карточки в свободную клетку, на свободное место. И говорится, что нужно за два действия (два перемещения) карточки, расположенные внизу (ближние к ребенку), расставить так, как они стоят сверху.

Если ребенок легко решает эту задачу и уверенно рассказывает порядок своих действий, то дальше можно предложить другую задачу в два действия решать устно, например:



$\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{К}}{\text{—}}$ $\frac{\text{Т}}{\text{Т}}$ $\frac{\text{К}}{\text{К}}$

Буквы означают такую расстановку карточек: П (полукруг), К (квадрат), Т (треугольник) в нижнем прямоугольнике; и П (полукруг), Т (треугольник) и К (квадрат) в верхнем прямоугольнике. В этой задаче сначала на свободное место перемещается треугольник, а затем — круг.

Если же возникают затруднения, то следующую задачу нужно опять сначала решить на карточках, а потом рассказать.

Если и такой вариант ребенку труден, то ему можно предложить сначала решить задачу в одно действие с рассказом, а потом снова в два действия.

Когда ребенку трудно рассказывать о своих действиях, следует дать ему просто побольше решать задачи в два действия. По мере накопления успешного опыта он научится сам правильно и легко рассказывать.

Если, наоборот, ребенок хорошо рассказывает о своих действиях, то можно предложить ему сначала описывать их, а потом для проверки устного решения переместить карточки реально.

Если окажется, что он планирует решение легко и уверенно, то следует предложить ему решить ряд задач в два действия устно.

Наряду с самостоятельным практическим и устным решением полезно предложить ребенку проверить решение задачи, которое написано на отдельной карточке вместе с ее условием, например:

Карточка 1

Условие задачи: $\frac{\text{Т}}{\text{П}}$ $\frac{\text{П}}{\text{—}}$ $\frac{\text{К}}{\text{—}}$ — $\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{Т}}{\text{Т}}$ $\frac{\text{К}}{\text{К}}$ —

Решение задачи: 1) $\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{Т}}{\text{—}}$ $\frac{\text{—}}{\text{К}}$; 2) $\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{Т}}{\text{—}}$ $\frac{\text{К}}{\text{—}}$

Это решение предлагается для первой проверки, а для второй предлагается неверное решение, с ошибкой:

Карточка 2

Условие задачи: $\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{К}}{\text{—}}$ $\frac{\text{Т}}{\text{—}}$ — $\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{Т}}{\text{—}}$ $\frac{\text{К}}{\text{—}}$

Решение задачи: 1) $\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{К}}{\text{—}}$ $\frac{\text{—}}{\text{Т}}$ 2) $\frac{\text{П}}{\text{П}}$ $\frac{\text{Т}}{\text{—}}$ $\frac{\text{—}}{\text{К}}$

Здесь ребенок должен найти ошибку, определить, какая карточка переставлена неверно, в каком действии. Проверку можно проводить устно или путем перестановки карточек согласно заданному решению (напомним, что П — это полукруг, К — это квадрат, Т — треугольник).

При составлении задач с ошибкой взрослому следует придумать разные варианты, когда ошибочным является только первое действие, или только второе, или оба вместе.

При составлении задач можно сначала предложить придумывать задачи, которые можно решить за два действия, а потом и те, которые можно решить и за меньшее (одно) или за большее (три) число действий.

Ребенку говорят: «Сам придумай задачу, чтобы ее можно было решить за два действия. Расставь карточки в нижних клетках, потом сделай два действия, две их перестановки и так же, как получилось внизу, расставь другие три карточки в верхних клетках. Вот и получится новая задача».

Иногда, когда ребенок сочиняет, можно оставить его одного, чтобы он придумал какое-нибудь «трудное» решение. И затем, решая эту задачу, можно намеренно допустить ошибки либо в первом, либо во втором действии, либо рассчитывая на реакцию ребенка. Такие ситуации очень нравятся детям и они охотно придумывают задачи.

Постепенно ребенок сможет составлять задачи и без практических перемещений карточек, а лишь представляя, глядя на карточки, расставленные внизу листа, какая из них будет перемещаться в первом действии, какая — во втором. В этом случае взрослому тоже следует решать задачу устно, и тогда его беседа с ребенком будет напоминать встречу двух шахматистов, разбирающих сыгранную партию.

Главное, к чему нужно стремиться, — это поддержание интереса ребенка к поисковой умственной деятельности по достижению требуемого результата за определенное число действий. Поэтому хорошо, если на каждом занятии ребенок сам и решает, и проверяет решение, и придумывает задачи для взрослого.

Именно разнообразие ролей ребенка в общении, особенно в сочетании с одобрением и помощью, будет способствовать тому, что он сможет управлять собой в трудных случаях, найдет в себе силы выдержать напряжение мыслительной деятельности, проявит

настойчивость в поиске верного решения, если сразу задача не будет получаться.

При отсутствии же на занятиях разных ролей, помощи и одобрения со стороны взрослого ребенок быстро устает и отказывается от решения задач.

Наряду с использованием на занятиях названных выше комбинаторных и лабиринтных задач и игр хорошо играть с ребенком в шашки, домино, шахматы. Эти игры очень полезны для тренировки мыслительных действий, особенно если побуждать ребенка первоначально обдумывать ход, а потом ходить. Обучая ребенка игре, нужно вначале стараться упростить ее. Для этого можно использовать меньшее, чем обычно, число фигур, либо у обоих партнеров, либо только у более сильного. Тогда слабому будет легче выиграть, что немаловажно. Ведь если ребенок при обучении таким настольным играм не будет выигрывать, не познает «радость победы», то ему станет неинтересно, и он не захочет делать усилия, чтобы искать верный ход.

Хорошо также научить ребенка играть в «крестики-нолики» для взрослых. В отличие от обычных (детских) крестиков-ноликов игра ведется на большом клетчатом листе (например, странице из тетради) по другим правилам: выигрывает тот, кто первый расставит в соседних клетках (по горизонтали, вертикали, диагонали) четыре крестика или четыре нолика.

Если ребенку трудно, то лучше составлять для него на материале этой игры задачу, где нужно найти выигрышный ход. Такого же плана задачи можно составлять и на материале шашек, шахмат и домино. При этом сначала нужно предлагать задачи только с одним верным решением, а потом и такие, где имеется несколько выигрышных вариантов, чтобы ребенок пытался их найти.

Можно использовать в занятиях с ребенком и такую игру. Взрослый договаривается с ребенком о каких-нибудь четырех предметах (например, тарелка, стул, чашка и мяч), далее говорит: «Я загадал из этих предметов какие-то два, а ты их должен отгадать, называя каждый раз по два предмета, какие ты хочешь». Ребенок говорит: «Стул, мяч». Взрослый: «Не угадал один предмет». Ребенок: «Стул, чашка». Взрослый: «Не угадал ни одного предмета». Ребенок: «Мяч, тарелка». Взрослый: «Верно».

Игра эта очень полезна, поскольку проходит устно. Но если ребенку трудно, то можно использовать три предмета или изображения разных предметов, например, на карточках лото. Тогда ребенку будет легче манипулировать сочетаниями предметов при поиске верного решения и при рассуждении.

В целом на занятиях с ребенком необходимо соблюдать принципы постепенности и регулярности. Тогда в условиях оптимистического настроения взрослых у ребенка появится стойкий интерес к ситуациям, где нужно что-то сообразить и придумать.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прочитав эту книгу, учитель смог получить представление о характере различий в мышлении младшеклассников, о своеобразии двух видов мыслительной деятельности при решении задач — обобщающей содержание решаемых задач (теоретической) и не-обобщающей это содержание (эмпирической), о связи успешности в обобщенности решения задач с их характером и теми условиями, в которых предлагается выполнять решение.

Совокупный материал, изложенный в книге, позволяет достаточно уверенно утверждать о том, что особенности мышления каждого ребенка не являются застывшими, раз и навсегда данными, а подвержены прогрессивным изменениям при определенных условиях его обучения и отношения к нему. Решающая роль в обеспечении таких условий принадлежит, конечно, учителю.

Понятно, что в первую очередь помощь в умственном развитии следует оказывать тем детям, у которых обобщающая мыслительная деятельность при решении задач встречается редко. Для такой помощи целесообразно использовать нестандартные, неучебные, занимательные задачи, по отношению к которым (в отличие от задач на учебном материале) у ребенка еще не сложились отрицательные впечатления. Если развивающие занятия организовывать так, чтобы каждый ученик смог справиться с несколькими задачами, — чтобы каждый ребенок почувствовал, что при небольшом умственном усилии он получит верный ответ, — они станут интересны и привлекательны именно для тех детей, которым это наиболее необходимо.

Разнообразие видов задач, представленных в книге, неслучайно. Это нужно, чтобы особенности мышления детей можно было характеризовать более конкретно и точно. Вместе с тем это позволяет и учителю, если он захочет узнать особенности мышления своих учеников, действовать более осторожно, осмотрительно и правильно. И тогда он сможет укрепить позитивные представления ребенка о своих способностях, расширить круг успешно решаемых задач, способствовать совершенствованию его мыслительной деятельности.

Только опираясь на уверенность ребенка в своих силах, имеет смысл ставить перед ним цели, связанные с преодолением трудностей.

Наша общая забота — помогать всем детям в умственном развитии, в повышении интеллектуальной готовности каждого ребенка к обучению в средней школе.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение	3
Глава 1. Разработка проблемы индивидуальных различий в психологических исследованиях	4
Глава 2. Различия в мышлении при решении познавательных задач	24
Глава 3. Особенности понимания содержания задач	40
Глава 4. Особенности осознания действий	65
Глава 5. Особенности планирования решения задач	88
Глава 6. Резервы умственного развития детей	112
Заключение	127

РАЗЛИЧИЯ В МЫШЛЕНИИ ДЕТЕЙ

Учебно-методическое пособие

Канд. психол. наук Зак А. З.

Редактор И. К. Григорьева

Технический редактор З. В. Нуждина

Корректоры: Л. П. Шибалева, И. К. Солопова

Подписано в печать 25.10.91.

Печать высокая.

Тираж 25000 экз.

Бумага тип. № 2

Заказ № 344

Формат 60×90^{1/16}

Объем 8,4 уч.-изд. л.

Цена договорная

Опечно-полиграфическое предприятие ЦНИИТЭИлетпрома, 117335,
Москва, ул. Вавилова, 69